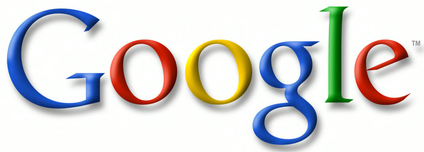








LEÇONS DE GÉOMÉTRIE,

POUR SERVIR D'INTRODUCTION à l'Etude de la Sphere & de la Géographie:

Ouvrage utile à toutes les Personnes, qui, n'ayant pas le loisir de se livrer à une étude profonde de la Géométrie, desirent néanmoins en avoir une connoissance suffisante, pour apprendre la Sphere & la Géographie.

Avec quatorze Planches de Figures en Taille-douce.

Prix, 4 livres, broché.

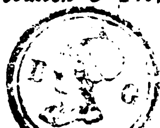


A PARIS,

Chez
- SAILLANT & NYON, Lib. rue S. Jean-de-Beauvais.
- Veuve SAVOYE, Libraire, rue Saint-Jacques.
- Veuve DESAINT, Libraire, rue du Foin S. Jacques.
- PH. D. PIERRES, Impr. Libr. rue S. Jacques.

M. DCC. LXXV.

Avec Approbation & Privilége du Roi.



PRÉFACE.

LA *Géographie* eſt la deſcription de la ſurface de la Terre. On eſt ſi généralement perſuadé qu'elle eſt également agréable & intéreſſante pour ceux qui l'ont étudiée, qu'il ſeroit ſuperflu de chercher à le prouver ; mais on ſe flatteroit en vain de poſſéder cette Science, ſi l'on ſe bornoit à ne conſidérer ſur le Globe, que les ſituations des Iſles, des Royaumes, des Villes, des Rivieres, &c. & les détails que l'on en pourroit donner ; il faut encore connoître les propriétés de certains cercles qui ont été imaginés, pour expliquer les rapports de la Terre avec

les Cieux ; ce qu'on appelle *l'Etude de la Sphere.*

En effet, comment pénétrer les causes de plusieurs phénomenes qui paroissent en différentes contrées ; tels que l'inégalité des jours & des nuits ; la variété des saisons ; la différence des heures du jour ou de la nuit, au même instant, en différens lieux de la Terre ; & beaucoup d'autres effets de cette nature ? Comment sentir l'utilité qu'on peut retirer des latitudes & des longitudes ? Comment se persuader qu'on est parvenu à mesurer la Terre ? Si l'on n'a pas quelques idées de ces cercles.

L'étude de la Sphere (a) est donc

(a) Nous entendons, ici, par *l'étude de la*

abſolument néceſſaire? Mais lorſqu'on veut s'y appliquer, on eſt preſque toujours rebuté par les termes de Géométrie, dont il faut indiſpenſablement ſe ſervir pour l'enſeigner; qui ſouvent, pour n'être pas ſuffiſamment expliqués, donnent du dégoût pour cette Science: au contraire, ſi l'on eſt aidé de quelques principes proportionnés au beſoin de cette étude, on trouve bientôt de la clarté dans les choſes qui d'abord paroiſſent obſcures. Que de difficultés ne leve-t-on pas par le moyens des lignes, des angles, des plans, des proportions, &c? Diffi-

Sphere, celle qui ne ſuppoſe qu'une légere connoiſſance de la Géométrie.

cultés qu'on ne pourroit applanir ſans le ſecours de ces principes. C'eſt dans la vue de les rendre familiers à ceux qui deſirent apprendre la Sphere & la Géographie, que nous nous ſommes déterminés à donner ce petit Ouvrage (*a*).

Nous l'avons diviſé en quatre Parties. Nous avons expoſé dans la *premiere*, en vingt Leçons, les Principes de Géométrie que nous avons crus convenables à notre objet; & dans la *ſeconde*, nous avons donné,

(*a*) Il ſera bon de joindre à ces Leçons; 1°. l'Abrégé de la Sphere, par M. *Rivard*, à l'uſage de ceux qui ne ſçavent pas la Géométrie; 2°. la Géographie, dédiée à Mademoiſelle *Crozat*; 3°. la Géographie moderne, par M. l'Abbé *Nicole de la Croix*, en deux volumes; 4°. le Dictionnaire Géographique portatif.

en douze Leçons, des Combinaisons & des Applications de ces principes : la *troisieme* comprend, en quatre Leçons, l'Abrégé du Systême de Ptolomée, & quelques rapports de la Terre avec les Cieux, appliqués à la Géographie ; la *quatriéme* enfin, contient, en une Leçon, l'Abrégé du Systême de Copernic, & quelques particularités relatives à ce Systême.

Nous avons parlé du Systême de Ptolomée ; non-seulement parce qu'il nous a paru plus commode pour l'explication de ce qui regarde la Sphere ; & que les Géographes s'en servent ordinairement dans leurs Ouvrages ; mais encore parce

que nous penſons qu'il peut ſervir d'introduction au Syſtême de Copernic. Ce dernier nous apprend que les mouvemens de l'Univers occaſionnent les apparences du premier. Au reſte, nous n'avons dit de l'un & de l'autre, que ce qui nous a ſemblé répondre à nos vues.

Nous avons abrégé les premieres Leçons, afin de ne pas ennuyer par la ſéchereſſe qui accompagnent toujours les premiers élémens. Nous nous ſommes plus étendus dans les dernieres.

Nous avons tâché de ne rien admettre qui puiſſe rebuter. Si nous avons donné quelques idées de calcul, ce n'a été que pour faire ſentir

les

les propriétés des rapports & des proportions. Nous n'avons aussi parlé de la mesure des lignes inaccessibles, que pour en faire comprendre la possibilité. Cette double connoissance étant nécessaire, lorsque l'on veut apprendre la Sphere & la Géographie.

Quoique nous n'ayions pas traité avec étendue les Élémens de Géométrie que nous avons donnés, & qu'au fond nous ne regardions ces Leçons que comme de simples notions, nous y avons cependant joint quelques démonstrations, lorsqu'elles nous ont paru faciles à saisir. Nous leur avons quelquefois substitué de légers raisonnemens, qui,

pour n'être pas de la même force, ne laiſſent pas de répandre un certain jour ſur les propoſitions qui les précédent. Quelquefois nous avons ſupprimé les unes & les autres; lorſque nous avons craint de fatiguer l'attention, ſur-tout des jeunes Perſonnes peu habituées à ces ſortes de raiſonnemens.

Nous n'avons point épargné les figures, afin de frapper tout-à-la-fois & les yeux & l'eſprit. En un mot, nous avons rendu la méthode que nous avons ſuivie, la plus ſimple & la plus aiſée qu'il nous a été poſſible.

Nous eſpérons que ces Leçons faciliteront non-ſeulement l'intelligence des différens Traités de Sphere

& de Géographie, ce qui eſt notre but principal; mais encore, qu'elles diſpoſeront à entendre la plûpart des Ouvrages qui ſuppoſent le Lecteur légerement inſtruit de la Géométrie.



AVERTISSEMENT.

On a placé des numéros de distance en distance, pour faciliter les renvois qui doivent avoir lieu dans le cours de ce petit Ouvrage ; de sorte qu'un numéro entre parentheses, annonce que ce que l'on dit, se rapporte à ce qui a été dit au pareil numéro : par exemple (16) renvoie le Lecteur au numéro 16.

Lorsqu'on rencontrera de pareilles indications, il sera bon de retourner au numéro désigné, surtout, si l'on ne se souvient pas bien de ce qui y aura été dit.

FAUTES IMPORTANTES A CORRIGER.

PAGE 90, *en marge*, Fig. 9, *lisez* Fig. 19.

Page 112, *avant derniere ligne, en marge, ajoutez*, Fig. 26.

Page 150, *ligne* 17, petite échancrure C, *lisez*, petite échancrure *c*.

Page 163, *ligne* 5, stations E ou M, *lisez*, stations E & M.

LEÇONS



LEÇONS DE GÉOMÉTRIE,

Pour servir d'Introduction à l'Etude de la Sphere & de la Géographie.

PREMIERE PARTIE.

Principes de Géométrie.

PREMIERE LEÇON.

Du Point.

1. Le *Point* n'existe pas par lui-même, il n'existe que lorsqu'on le considere comme l'extrêmité, le milieu, ou comme quelqu'autre indication de lieu dans une chose quelconque.

Quoique le point n'exiſte pas par lui-même, on peut cependant ſi l'on veut s'en former une idée ſenſible, le regarder comme un grain de ſable qui ſeroit très-fin.

De la Ligne.

2. Le *point* eſt le principe générateur de la ligne. En effet, ſi on ſuppoſe qu'un point ſe meuve; la trace que l'on imagine qu'il aura faite pendant ſon mouvement, repréſentera une *ligne*. Par exemple, ſi l'on ſuppoſe qu'un point ſe ſoit
Fig. 1. mu de A en B, la trace qu'on imagine qu'il a faite pendant ce mouvement, repréſentera une ligne AB.

3. On voit par cette ſuppoſition, qu'il y a une infinité de points compris entre les deux extrêmités A & B de la ligne AB. On peut dire la même choſe de toute autre ligne.

Il y a trois ſortes de ligne; la *droite*, la *courbe* & la *mixte*.

La ligne eſt *droite*, ſi le point générateur ne ſuit qu'une même direction; telle eſt la ligne AB.

La ligne eſt *courbe*, ſi le point générateur change ſucceſſivement de direction; telle eſt la ligne ACB.

La ligne eſt *mixte*, ſi elle eſt en parties droite, & en parties courbe; telle eſt la ligne ADEFGB.

4. REMARQUE. On peut conſidérer la ligne courbe comme compoſée d'une infinité de petites lignes droites, contigues (*a*) & obliques l'une à l'autre. On peut s'en former une idée, ſi l'on jette les yeux ſur les lignes HI, IK, KL, LM, &c.

On voit que ces petites lignes concourent à former la ligne courbe HNS, que nous ſuppoſons égale à la ligne courbe ACB.

(*a*) *Contigues*, c'eſt-à-dire, qui ſe touchent. *Obliques*, c'eſt-à-dire, *inclinées*, *penchées*.

SECONDE LEÇON.

De la Ligne Circulaire.

5. De toutes les lignes courbes, nous ne parlerons dans ces Leçons, que de la *circulaire*, parce que les autres ne peuvent être d'aucune utilité à ce que nous nous proposons. La ligne circulaire est ordinairement appellée *circonférence.*

La *circonférence* est une ligne courbe dont tous les points sont également éloignés d'un autre point, qu'on nomme *centre*. On voit par-là, que la ligne ADBEA est une circonférence, dont C est le centre.

Fig. 2.

REMARQUE. L'espace qui est renfermé dans cette ligne courbe, s'appelle *cercle*; ensorte qu'il ne faut pas confondre le cercle avec la circonférence, puisque la circonférence n'est que le bord du cercle.

Une partie de la circonférence consi-

dérée ſeule, s'appelle *arc*; ainſi AD eſt un arc, DBEA eſt un autre arc.

6. Si une ligne paſſant par le centre eſt terminée par ſes deux extrêmités à la circonférence, elle s'appelle *diametre*; ainſi AB eſt un diametre. On voit que le diametre paſſant ainſi par le centre, diviſe néceſſairement la circonférence & le cercle en deux parties égales.

Si une ligne droite eſt menée du centre à la circonférence, elle s'appelle *rayon*; ainſi CA eſt un rayon; CB eſt un autre rayon.

Dans la ſuite, lorſque nous parlerons de *ligne*, ſans autre déſignation, il faudra toujours entendre la *ligne droite*.

TROISIEME LEÇON.

Diviſion de la Circonférence.

7. On eſt convenu de diviſer la circonférence de tout cercle, en *trois cens*

soixante parties égales, qu'on appelle *degrés*. On auroit pu la diviser en tout autre nombre; mais on a choisi celui-là. Il est généralement reçu de tous les Géometres.

8. Il ne faut pas regarder chaque degré, comme ayant une grandeur absolue; il faut seulement le regarder comme la *trois cens soixantiéme partie* de la circonférence; ensorte que plus la circonférence sera grande, plus le degré sera grand; plus la circonférence sera petite, plus le degré sera petit. Nous pouvons dire, en général, que si la plus grande circonférence contient *trois cens soixante degrés*, la plus petite en contiendra pareillement *trois cens soixante*; mais ces derniers seront plus petits que ceux de la grande.

On est encore convenu de diviser le degré en *soixante parties* qu'on appelle *minutes*; par conséquent chaque degré contient *soixante minutes*. On divise cha-

que minute en *soixante secondes*, & chaque seconde en *soixante tierces*, &c.

QUATRIEME LEÇON.

Des Circonférences Concentriques.

9. Plusieurs circonférences A, B, D, E, décrites d'un même point C, pris pour centre, sont appellées *concentriques:* au contraire, si plusieurs circonférences étoient décrites de différens points, elles seroient appellés *excentriques.* Fig. 3.

Propriété des Circonférences Concentriques.

10. Si on divise la circonférence A, qui est la plus grande des circonférences A, B, D, E; si on divise, dis-je, cette circonférence A, en un nombre de parties égales; par exemple, en six parties, dont les points de division, soient *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, A; & que de chaque point de

division, on mene six rayons aC, bC, cC, dC, eC, AC, au centre C; ces six rayons diviseront nécessairement toutes les circonférences plus petites que la grande A, en six parties égales.

On voit que chacune de ces parties sera d'autant plus petite, que les circonférences divisées seront petites.

Si l'on imagine d'autres circonférences plus grandes que la circonférence A, ayant d'ailleurs même centre C; & si l'on suppose que les six rayons aC, bC, cC, dC, eC, AC, soient prolongés jusqu'à la rencontre de la plus grande de ces circonférences; il est encore évident que ces rayons ainsi prolongés, diviseront toutes les circonférences plus grandes que la circonférence A, en six parties égales, & que chacune de ces parties sera d'autant plus grande, que les circonférences divisées seront grandes.

Il suit de ce que nous venons de dire,

que si l'on divisoit la circonférence A, en *trois cens soixante parties égales*, & qu'on menât de chaque point de division, un rayon au centre C; il suit, dis-je, que ces rayons diviseroient nécessairement toutes les circonférences plus petites que la circonférence A, en *trois cens soixante parties égales*; & que par une même raison, si l'on prolongeoit ces trois cens soixante rayons, jusqu'à la rencontre de la plus grande des circonférences qu'on auroit imaginées, ils diviseroient nécessairement toutes les circonférences plus grandes que la circonférence A, en *trois cens soixante parties égales*. Nous avons vu (7) que chacune de ces parties s'appelle *degrés*.

CINQUIEME LEÇON.

Des Lignes Paralleles.

11. Les lignes dont tous les points

correſpondans conſervent entr'eux une égale diſtance, quand même elles ſeroient prolongées de part & d'autre, ſont appellées *lignes paralleles*. Telles ſont les lignes AB & CD. Fig. 4.

Si une ligne EF eſt parallele à l'une des deux lignes AB ou CD, elle ſera néceſſairement parallele à l'autre; puiſque tous ſes points conſervant une égale diſtance, à l'égard de tous les points de l'une; c'eſt une néceſſité qu'ils conſervent encore une égale diſtance à l'égard de tous les points de l'autre; donc ſi la ligne EF eſt parallele à l'une des deux lignes paralleles AB ou CD, elle doit être néceſſairement parallele à l'autre.

Si pluſieurs lignes AC, GH, BD, &c, ſont menées directement, c'eſt-à-dire, par le chemin le plus court d'une parallele AB, à l'autre CD, elles ſeront égales entr'elles; cela eſt évident; puiſque chacune de ces lignes meſurera la

diſtance des paralleles, & que cette diſtance doit être égale dans tous les points. C'eſt une ſuite de ce que nous venons de dire.

Deux lignes peuvent être encore paralleles, quoiqu'elles ne ſoient pas vis-à-vis l'une de l'autre; il ſuffit qu'étant prolongées de part & d'autre, leurs points correſpondans conſervent entr'eux une égale diſtance : par exemple, les lignes AB & CD, ſont paralleles; puiſque ſi elles avoient pour prolongemens les lignes GA, BE, FC, DH, leurs points correſpondans conſerveroient toujours une égale diſtance, les uns à l'égard des autres. Fig. 5.

SIXIEME LEÇON.

De la Rencontre des Lignes.

12. Les lignes ne peuvent ſe rencontrer que de deux manieres.

Premierement, il ſe peut faire que

l'une ne penche ni d'un côté, ni de l'autre, ſur celle qu'elle rencontre; dans ce cas, elles ſont appellées *perpendiculaires*; ainſi la ligne AB eſt perpendiculaire à la ligne CD, de même que la ligne CD eſt perpendiculaire à la ligne AB, puiſque réciproquement elles ne penchent ni d'un côté, ni de l'autre.

Fig. 6.

Secondement, il peut arriver que l'une penche ou d'un côté, ou de l'autre, ſur celle qu'elle rencontre; dans ce cas, elles ſont appellées *obliques*; ainſi la ligne EF eſt oblique à la ligne GH, de même que la ligne GH eſt oblique à la ligne EF.

Remarque. Il ne faut pas confondre la ligne perpendiculaire avec celle qu'on nomme *ligne à plomb*, ni avec celle qu'on nomme *ligne verticale*. La *ligne à plomb* eſt celle qui eſt perpendiculaire à une ſurface horiſontale, tel qu'un plancher ou un plafond. On détermine cette

ligne par le moyen d'un fil ſuſpendu, au bout duquel il y a un petit poids. La *ligne verticale* eſt celle qui viendroit juſqu'à nous, en partant d'un point qui répondroit dans le ciel, préciſément au-deſſus de notre tête. Elle eſt par conſéquent perpendiculaire au plancher ſur lequel nous ſommes. Mais quoique ces deux eſpeces de lignes ſoient preſque toujours appellées perpendiculaires ; néanmoins elles peuvent être obliques, par rapport à d'autres lignes qui les rencontreroient obliquement.

SEPTIEME LEÇON.

Des Angles.

13. Un *angle* eſt l'ouverture de deux lignes qui ſe rencontrent. Le point où elles ſe rencontrent s'appelle *ſommet de l'angle*, & les deux lignes s'appellent *côtés de l'angle ;* enſorte que AC B eſt un Fig. 7.

angle ; C en eſt le ſommet ; AC & BC en ſont les côtés.

Les lignes, ſoit perpendiculaires, ſoit obliques, forment des angles par leurs
Fig. 6. rencontres ; ainſi ABC, ABD, EFG, EFH, ſont des angles.

Remarque. Pour indiquer un angle, on ſe ſert ordinairement de trois lettres, en obſervant de mettre celle qui dénote le ſommet entre les deux autres ; ainſi l'on indiquera l'angle de la figure ſeptiéme
Fig. 7. de cette maniere ; l'*angle* ACB ; quelquefois on ne ſe ſert que d'une lettre ; dans ce cas, on prend celle qui dénote le ſommet ; ainſi l'on auroit pu indiquer l'angle de la figure ſeptiéme de cette maniere ; l'*angle* C.

Meſures des Angles.

14. Nous ſuppoſerons qu'un angle a toujours ſon ſommet au centre d'une circonférence. Cela poſé.

Si un angle ACB a ſon ſommet C au centre d'une circonférence, il a pour meſure, l'arc de cette même circonférence, compris entre ſes côtés. Il eſt aiſé de s'en convaincre, car on ſent bien que plus l'ouverture ſera grande ou petite, plus l'arc ſera grand ou petit. Fig. 8.

Il eſt encore aiſé de voir qu'il importe peu que l'arc qui ſert de meſure à l'angle, ſoit l'arc d'une grande ou d'une petite circonférence; puiſque nous avons vu (8) que ſoit grandes ou petites circonférences, elles avoient toujours même nombre de degrés : il eſt donc fort indifférent que l'angle ACB, ſoit meſuré par l'arc AB ou par l'arc DE.

HUITIEME LEÇON.

Des différens Angles.

15. On diſtingue trois ſortes d'angles; le *droit*, l'*obtus* & l'*aigu*.

16. L'*angle droit* eſt celui qui a pour

mesure le quart de la circonférence; ou ce qui est la même chose, *quatre-vingt-dix degrés*; tel est l'angle ACB.
Fig. 9.

L'*angle obtus* est celui qui a pour mesure un arc plus grand que le quart de la circonférence, & qui contient par conséquent, plus de *quatre-vingt-dix degrés*; tel est l'angle DEF.

L'*angle aigu* est celui qui a pour mesure, un arc plus petit que le quart de la circonférence, & qui, par conséquent, ne contient pas *quatre-vingt-dix degrés*; tel est l'angle GHI.

Remarque. Tous les angles droits sont égaux. Il n'en est pas de même des obtus & des aigus : on en distingue de plus grands & de plus petits. Par exemple, l'angle XEF est plus grand que l'angle DEF; néanmoins l'un & l'autre sont obtus; pareillement l'angle YHI, est plus grand que l'angle GHI; néanmoins l'un & l'autre sont aigus.

THÉORÊME. (a)

17. *Une ligne qui en rencontre une autre, forme deux angles sur celle qu'elle rencontre;* pourvu cependant, qu'elle ne la rencontre pas à l'une de ses extrêmités; *& ces deux angles pris ensemble, ont pour mesure la demi-circonférence ou cent quatre-vingt degrés*: ainsi la ligne AC rencontrant la ligne BD, forme deux angles ACB & ACD, qui pris ensemble, ont pour mesure la demi-circonférence BAD. Fig. 10.

Cela est évident; car si l'un des deux angles, tel que ACB, occupe une partie BA de la demi-circonférence, il faut nécessairement que l'autre angle ACD occupe l'autre partie AD; mais ce que nous disons, ici, des lignes AC & BD, est applicable à toutes autres lignes; par conséquent notre proposition est vraie.

(a) Un Théorême est une proposition de laquelle il faut démontrer la vérité. Dans nos Leçons, nous ne donnerons ce titre qu'aux propositions les plus importantes.

Il suit de-là que si une ligne EF rencontre perpendiculairement une autre ligne GH, elle formera deux angles droits EFG & EFH; car étant perpendiculaire, elle ne penche ni d'un côté ni de l'autre sur celle qu'elle rencontre (12); par conséquent, elle doit diviser la demi-circonférence GEH en deux parties égales; or chacune de ces parties sera le quart de la circonférence, ou *quatre-vingt-dix degrés*; donc les angles EFG & EFH sont droits; puisqu'ils ont chacun, *quatre-vingt-dix degrés* (16).

NEUVIEME LEÇON.

Des Angles opposés au Sommet.

18. *Les angles opposés au sommet* sont ceux qui sont formés par deux lignes (*a*) qui se coupent; tels sont les angles ACB

(*a*) Il faut se souvenir de ce que nous avons dit à la fin de la deuxiéme Leçon, que lorsque nous parlerions de ligne sans autre désignation, il falloit toujours entendre la ligne droite.

& DCE. Tels sont aussi les angles ACD & BCE. Fig. 11.

Remarquez qu'il ne faut pas seulement que les sommets des angles opposés, soient au même point, il faut encore, comme nous venons de le dire, que ces angles soient formés par les mêmes lignes; ainsi, quoique les angles XCD & ACB soient de côtés opposés, & que d'ailleurs leurs sommets soient au même point, néanmoins nous ne les regarderons pas comme opposés au sommet quoiqu'ils le soient effectivement; parce qu'ils ne sont pas formés par les mêmes lignes; & parce que nous nous proposons seulement de parler de ceux qui sont formés par deux lignes droites qui se coupent.

Théorême.

19. *Les angles opposés au sommet sont égaux*; ainsi l'angle ACB est égal à l'angle DCE.

Pour être convaincu de cette vérité; il faut supposer le diametre AE immobile, & le diametre BD mobile; de façon qu'en tournant sur le centre C, ses deux extrêmités B & D, puissent décrire la circonférence ABXEDA; cela posé. Si l'on imagine que l'extrêmité B du diametre BD, ait décrit l'arc AB, il est impossible que l'autre extrêmité D n'ait décrit par le même mouvement, l'arc ED; qui est nécessairement égal à AB; mais la mesure des angles dépend de la grandeur des arcs (14); donc l'angle ACB est égal à l'angle DCE, puisqu'ils ont pour mesure des arcs égaux. On peut dire la même chose à l'égard des angles ACD & BCE, de même que de tous autres angles opposés au sommet; donc les angles opposés au sommet sont égaux.

DIXIEME LEÇON.

De la Tangente.

20. Une ligne est appellée *tangente du cercle*, ou simplement *tangente*, lorsqu'elle touche la circonférence sans la couper; quand même on la prolongeroit, ou par l'une ou par l'autre de ses extrêmités: ainsi la ligne AB est *tangente*, Fig. 12.
parce qu'elle touche la circonférence AFGA sans la couper; quand même elle seroit prolongée ou vers D ou vers E. On voit que la ligne HI est encore une tangente.

THÉORÊME.

21. *Une tangente ne touche la circonférence qu'en un seul point*; par exemple, la tangente HI ne touche la circonférence FGAF, qu'en un seul point F.

Il est très-aisé de s'en convaincre; car

si du centre C, on mene le rayon CF, au point de contingence F; & si l'on imagine que ce rayon tourne sur le point C; ensorte que l'extrêmité F décrive la circonférence FGAF; il est constant qu'au premier instant du mouvement du rayon CF, l'extrêmité F changera de place en s'éloignant de la ligne HI, soit qu'on fasse mouvoir ce rayon ou vers H ou vers I. Il n'y a donc que le point F de la circonférence FGAF, qui touche la ligne HI, ou qui en soit touché; mais ce que nous disons pour la tangente HI, peut s'entendre pour toute autre tangente; donc une tangente ne touche la circonférence qu'en un seul point.

Le rayon qui se termine au point de contingence, est perpendiculaire à la tangente; ainsi le rayon CF qui se termine au point de contingence F, est perpendiculaire à la tangente HI; car si l'on prend arbitrairement deux points comme

H & I, également éloignés du point de contingence F, ils conserveront encore une égale distance par rapport au centre C, d'où il suit que le rayon CF ne penche ni d'un côté ni de l'autre sur la ligne HI; par conséquent il lui est perpendiculaire (12): donc le rayon qui se termine au point de contingence, est perpendiculaire à la tangente.

Mais de ce que le rayon est perpendiculaire à la tangente, il s'ensuit que la tangente est perpendiculaire au rayon; par conséquent, une ligne perpendiculaire à l'extrêmité d'un rayon, est nécessairement tangente de la circonférence décrite par ce même rayon.

ONZIEME LEÇON.

Des Surfaces ou Superficies. (a)

22. Nous avons vu que la ligne étoit

(a) Ces deux termes, *surface* ou *superficie*, ont même signification. Ils peuvent être pris l'un pour l'autre.

engendrée par le mouvement du point (2); de même la surface est engendrée par le mouvement de la ligne; pourvu cependant, qu'elle se meuve dans toute autre direction que la sienne; car si elle se mouvoit selon sa direction, elle se prolongeroit seulement & n'engendreroit aucune surface. Par exemple, si on suppose que
Fig. 13. la ligne AB se soit mue jusqu'en CD; l'espace qu'elle aura parcouru pendant son mouvement, donnera la surface ABCD; de même si on suppose que la ligne *ab* se soit mue jusqu'en *cd*; l'espace qu'elle aura parcouru, sera la surface *abcd*: mais si la ligne AB s'étoit mue vers Y, alors elle n'auroit engendré aucune surface, elle se seroit seulement prolongée.

23. Il y a trois sortes de surface; la *plane*, la *courbe* & la *mixte*.

La surface plane est celle qui n'a ni élévation ni enfonçement, & qui est absolu-

ment plate ; telle eſt ſenſiblement la ſurface d'un miroir ou la ſurface d'une table. On ſe ſert ſouvent du terme *plan*, pour déſigner une ſurface plane.

La ſurface courbe eſt celle qui, d'un côté eſt concave & de l'autre convexe, telle que la ſurface d'une colonne ou d'une boule. On peut en concevoir la génération, ſi l'on imagine la ligne H I, & la demi-circonférence E G F ſe mouvoir circulairement enſemble ſur le diametre EF. On voit que la ligne H I engendrera par cette révolution, une ſurface courbe ſemblable à celle d'une colonne, & que la demi-circonférence E G F engendrera une autre ſurface courbe ſemblable à celle d'une boule.

La ſurface mixte eſt celle qui eſt en parties plane & en parties courbe.

Des Figures Planes.

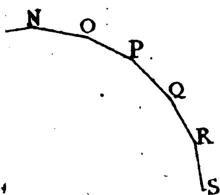
24. Les ſurfaces planes prennent le

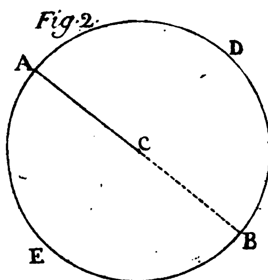
nom de *figures planes*, en tant qu'on considere les lignes qui les terminent; elles se divisent entr'elles en trois especes; sçavoir, *les rectilignes*, *les curvilignes & les mixtilignes*. Les *rectilignes* sont terminées par des lignes droites; *les curvilignes* sont terminées par des lignes courbes; *les mixtilignes* sont terminées, en même-temps, par des lignes droites & par des lignes courbes.

DOUZIEME LEÇON.

Des Figures Rectilignes.

25. Il faut au moins trois lignes droites pour former une figure rectiligne; ainsi une ou deux lignes droites ne peuvent jamais former une figure rectiligne. Nous nous contenterons de donner ici, les différens noms que prennent ces figures, tant par rapport à leurs côtés que par rapport à leurs angles.

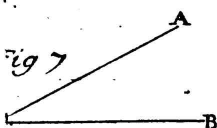


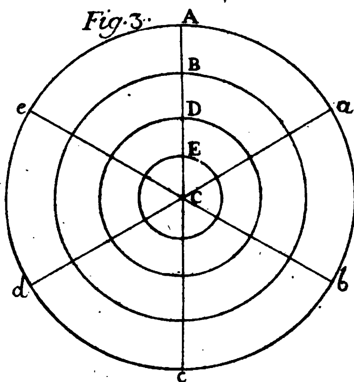


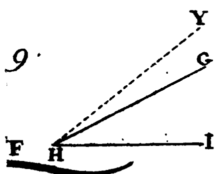


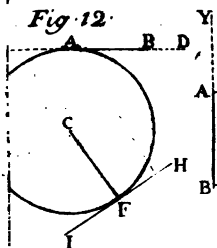
ig. 5.

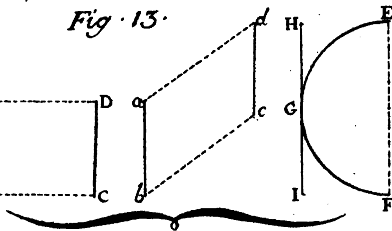












Angelique Scot sculpsit

La figure qui a trois côtés, & par conséquent trois angles, s'appelle *triangle* (car toute figure a autant d'angles que de côtés); celle de quatre côtés s'appelle *quadrilatere*; celle de cinq s'appelle *pentagone*; celle de six *exagone*; celle de sept *eptagone*; celle de huit *octogone*, &c. enfin une figure de plusieurs côtés s'appelle, en général, un *poligone*. Par exemple, A, B, C sont des triangles; D, E, F sont des quadrilateres; G, H sont des pentagones; I, K sont des exagones, &c. toutes ces figures sont encore des poligones de trois, de quatre, de cinq & de six côtés. Fig. 14.

Ces figures sont encore appellées *régulieres* ou *irrégulieres*. Les *régulieres* sont celles dont tous les angles, & dont tous les côtés sont égaux; les *irrégulieres* sont celles dont tous les angles & dont tous les côtés ne sont pas égaux; par exemple, A, D, G, I sont des figures régulieres; &

B, C, E, F, H, K ſont des figures irrégulieres.

Des Figures Curvilignes.

26. De toutes les figures curvilignes nous ne parlerons que du cercle, parce que les autres ne ſeroient d'aucune utilité à ce que nous nous propoſons.

27. Un *cercle* eſt une ſurface plane renfermée dans une circonférence; ainſi la figure curviligne ABDEFA eſt un cercle. Fig. 15. On peut en concevoir la génération, ſi l'on imagine l'une des extrêmités de la ligne AC (qui en eſt le rayon), fixée au point C, pendant que ſon extrêmité A décrira la circonférence ABDEFA. Or comme cette ligne ou ce rayon AC a une infinité de points compris entre ſes deux extrêmités (3), il s'enſuit qu'il décrira par ſa révolution une infinité de circonférences concentriques qui ne laiſſant aucun intervalle entr'elles, deviendront néceſ-

fairement les élémens de la furface du cercle ABDEFA.

Des Figures Mixtilignes.

58. De toutes les figures mixtilignes nous ne confidérerons que quelques-unes de celles qui ont rapport au cercle.

Une figure mixtiligne dont la furface eft bornée d'un côté par une ligne droite, & de l'autre par un arc de circonférence, s'appelle *fegment de cercle;* ainfi BED eft un fegment de cercle, & BFE en eft un autre. On appelle *grand fegment* celui qui contient le centre du cercle; par conféquent BFE eft un grand fegment; puifqu'il contient le centre C. On appelle petit fegment celui qui ne contient pas le centre; par conféquent BED eft un petit fegment; puifqu'il ne contient pas le centre C.

Une figure mixtiligne dont la furface eft bornée par deux rayons de cercle, &

l'arc compris entr'eux, s'appelle *ſecteur de cercle*, par conſéquent A F C eſt un ſecteur de cercle.

Remarques ſur les Triangles & ſur les Quadrilateres.

Fig. 14. 29. Quand un triangle A a tous ſes côtés égaux, on l'appelle *triangle équilatéral*; quand un triangle B a un de ſes angles droit, on l'appelle *triangle rectangle*. On donne encore différens noms à divers triangles; mais nous nous bornerons à ceux-ci. La ligne qui eſt oppoſée à l'angle droit dans tous les triangles rectangles, s'appelle *hypothénuſe*; ainſi la ligne *ab* eſt une hypothénuſe.

Quand un quadrilatere a ſes côtés paralleles, on l'appelle *parallélogramme*; ainſi D, E, F ſont des parallélogrammes. Si un parallélogramme a ſes quatre angles droits, il s'appelle *parallélogramme rectangle*, ou ſimplement *rectangle*; ainſi D, E

ſont des rectangles. Quand un rectangle D a tous ſes côtés égaux, il s'appelle *quarré*.

La ligne qu'on mene d'un angle à l'autre qui lui eſt oppoſé dans les rectangles, s'appelle *diagonale*; ainſi *cd* & *ef* ſont des diagonales.

TREIZIEME LEÇON.

De la Baſe des Triangles.

30. On prend indifféremment pour baſe d'un triangle, l'un de ſes côtés quelconques; on choiſit plus ordinairement le côté inférieur; mais cela n'empêche pas qu'on ne puiſſe prendre pour baſe l'un ou l'autre des deux autres côtés; par exemple, ſi l'on a pris pour baſe le côté AB du triangle ABC; cela n'empêche pas qu'on auroit pu prendre pour baſe, ou le côté AC, ou le côté BC du même triangle. Fig. 16.

De la Hauteur des Triangles.

31. *La hauteur d'un triangle* eſt une ligne menée perpendiculairement du ſommet de l'angle oppoſé à la baſe, juſqu'à la rencontre de cette même baſe ou de ſon prolongement. Par exemple, ſi du ſommet C on mene une perpendiculaire CD ſur la baſe AB, elle ſera la hauteur du triangle ABC.

Il peut arriver trois circonſtances : 1°. il ſe peut faire que la ligne perpendiculaire tombe entre les deux extrêmités de la baſe, comme dans ce premier exemple; 2°. elle peut tomber ſur l'une des deux extrêmités de la baſe, comme dans le triangle rectangle EFG, lorſqu'on prend pour hauteur l'un des côtés de l'angle droit, qui n'a pas été pris pour baſe ; ainſi la ligne FG ſera la hauteur du triangle rectangle EFG; ſi l'on prend le côté EF pour baſe; 3°. enfin cette ligne perpendicu-

laire

laire à la base peut tomber hors du triangle ; comme on le voit par le triangle HIK, dont la hauteur KL tombe sur le prolongement IL de la base HI.

De la Base des Parallélogrammes.

32. On prend indifféremment pour base d'un parallélogramme l'un de ses côtés quelconques. On choisit plus ordinairement le côté inférieur ; mais cela n'empêche pas qu'on ne puisse prendre pour base, l'un des trois autres côtés. Par exemple, si l'on a pris pour base le côté AB du parallélogramme ABCD ; cela n'empêche pas qu'on ne puisse prendre pour base, ou le côté BC, ou le côté CD, ou le côté DA du même parallélogramme. Fig. 17.

De la Hauteur des Parallélogrammes.

33. La hauteur d'un parallélogramme est une ligne menée perpendiculairement de sa base, jusqu'à la rencontre du côté

C

qui lui est opposé, ou de son prolongement. Par exemple, si l'on mene une ligne EF perpendiculaire à la base AB, jusqu'à la rencontre de la ligne CD qui est opposée à cette base, elle sera la hauteur du parallélogramme ABCD.

Il peut arriver trois circonstances; 1°. la ligne menée perpendiculairement de la base sur le côté opposé, peut le rencontrer entre ses deux extrêmités, sans être parallele aux deux autres côtés, comme dans ce premier exemple; 2°. elle peut rencontrer le côté opposé à la base, & être parallele aux deux autres côtés, comme la ligne LM dans le rectangle GHIK; dans ce cas, on prend l'un des deux côtés HI ou GK pour hauteur du parallélogramme; 3°. elle peut enfin ne pas rencontrer le côté opposé à la base; dans ce cas, elle rencontrera toujours son prolongement; comme il arrive à l'égard du parallélogramme NOPQ, dont la

hauteur OR rencontre le prolongement RQ du côté PQ opposé à la base NO.

QUATORZIEME LEÇON.

De l'Interſection des Plans.

34. Il faut ſe ſouvenir qu'un plan eſt une ſuperficie plane & unie, ſenſiblement comme celle d'un miroir (23).

Ce que nous avons dit de la rencontre des lignes (12) peut faciliter l'intelligence de l'interſection des plans.

De la Rencontre réciproque des Lignes & des Plans.

35. Lorſqu'une ligne ne penche d'aucun côté ſur un plan qu'elle rencontre, ou ce qui eſt la même choſe, lorſqu'un plan ne penche d'aucun côté ſur une ligne qu'il rencontre; cette ligne & ce plan ſont perpendiculaires l'un à l'autre. Par exemple, ſi la ligne AB ne penche d'au- Fig. 18.

cun côté sur le plan X, ou si le plan X ne penche d'aucun côté sur la ligne AB; cette ligne AB & ce plan X sont perpendiculaires l'un à l'autre; c'est-à-dire que la ligne AB est perpendiculaire au plan X, & que par une raison semblable, le plan X est perpendiculaire à la ligne AB.

Lorsqu'une ligne penche d'un côté ou d'un autre sur un plan qu'elle rencontre; ou ce qui revient au même, lorsqu'un plan penche d'un côté ou d'un autre sur une ligne qu'il rencontre; cette ligne & ce plan sont obliques l'un à l'autre. Par exemple, si la ligne CD penche d'un côté ou d'un autre, sur le plan X, ou si le plan X penche d'un côté ou d'un autre sur la ligne CD; cette ligne CD & ce plan X sont obliques l'un à l'autre; c'est-à-dire que la ligne CD est oblique au plan X; & que par une raison semblable, le plan X est oblique à la ligne CD.

De la Rencontre réciproque des Plans.

36. Lorſque deux plans s'entrecoupent ou ſe rencontrent, il y a une ligne qui marque leur *ſection* (a); cette ligne s'appelle *ligne d'interſection*. Par exemple, ſi les plans X & Y ſe rencontrent, la ligne *ab* s'appelle *ligne d'interſection*. Fig. 19.

De même que les lignes, les plans ne ſe peuvent rencontrer que de deux manieres (12).

Premierement, il ſe peut faire qu'un plan ne penche ni d'un côté, ni de l'autre, ſur un autre plan qu'il rencontre; dans ce cas, il eſt perpendiculaire à ce plan, & réciproquement ce plan lui eſt perpendiculaire. Par exemple, ſi le plan X ne penche ni d'un côté, ni de l'autre ſur le plan Y, il lui eſt perpendiculaire, & réciproquement le plan Y eſt perpendiculaire au plan X.

Secondement, il ſe peut faire qu'un plan

(a) *Section*, c'eſt-à-dire, *coupure*.

penche d'un côté, ou de l'autre, ſur un autre plan qu'il rencontre ; alors il eſt oblique à ce plan, & réciproquement ce plan lui eſt oblique. Par exemple, ſi le plan Z eſt penché ſur le plan K, il lui eſt oblique ; & réciproquement le plan K eſt oblique au plan Z.

Meſures des Angles formés par des Plans.

37. On meſure les angles que forment les plans, ſur un autre plan perpendiculaire à l'un & à l'autre. Par exemple, on meſurera les angles formés par la
Fig. 20. rencontre des plans X & Y, ſur le plan T qui leur eſt perpendiculaire. On verra que les deux angles *acb* & *acd* ſont droits ; parce que les plans X & Y ſont réciproquement perpendiculaires. On meſurera de même les angles formés par les plans Z & K, ſur le plan V qui leur eſt perpendiculaire. On verra que l'angle *feg* eſt obtus, & que l'angle *feh* eſt aigu ;

parce que les plans Z & K font réciproquement obliques.

Deux plans X & Y qui fe coupent perpendiculairement, forment quatre angles droits; ainfi les angles ACB, BCD, DCE & ECA font droits. Deux plans Z & K qui fe coupent obliquement, forment auffi quatre angles, dont deux font obtus & deux aigus. Les deux angles obtus font égaux entr'eux, de même que les deux aigus; parce qu'ils font oppofés au fommet (19). Ainfi l'angle obtus FOG eft égal à l'angle obtus HOI, & l'angle aigu FOI eft égal à l'angle aigu GOH. C'eft fur les plans T & V qu'on doit mefurer ces angles. Fig. 21.

Des Plans Paralleles.

38. Deux plans X & Y font paralleles, quand les perpendiculaires *ab*, *cd*, *ef*, *gh*, *ik* menées de l'un à l'autre plan, font égales entr'elles; ou ce qui revient au Fig. 22.

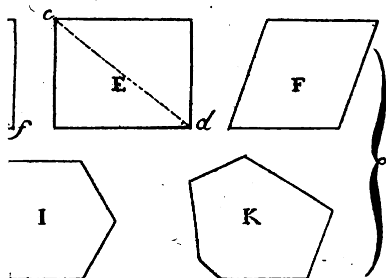
même, deux ou plusieurs plans sont paralleles, quand ils sont tellement disposés qu'ils ne se rencontreroient pas, quand même ils s'étendroient de toutes parts.

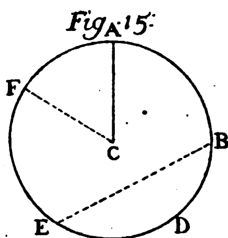
QUINZIEME LEÇON.

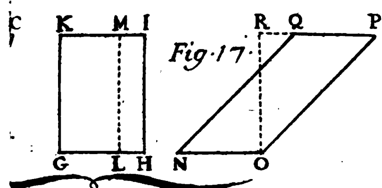
Des Solides.

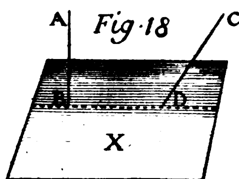
39. Un *solide*, un *corps solide*, ou simplement un *corps* est un espace environné de toutes parts, d'une ou de plusieurs surfaces.

40. Nous avons vu que la ligne étoit engendrée par le mouvement du point (2); nous avons vu ensuite, que la surface étoit engendrée par le mouvement de la ligne (22); enfin nous allons voir que le solide est engendré par le mouvement de la surface; pourvu cependant, qu'elle se meuve dans une autre direction que celles de son plan; car si elle se mouvoit selon une des directions de son plan,









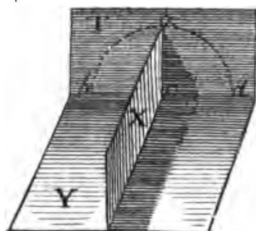
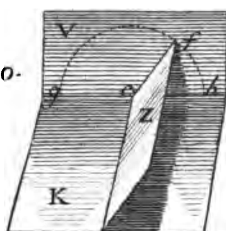
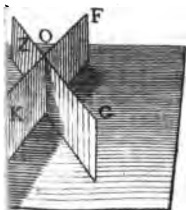
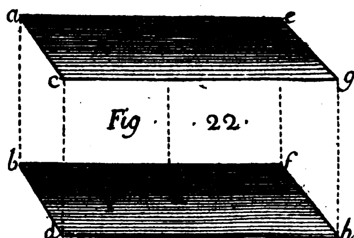


Fig. 20.







Ang. Scot.

elle n'engendreroit aucun solide ; elle s'étendroit seulement. Par exemple, si l'on conçoit la surface A B C D se mouvoir de A B C D en *a b c d*, elle engendrera par son mouvement, le solide A B C D *a b c d* ; mais si la surface A B C D s'étoit mue vers X ; alors n'ayant suivi qu'une de ses directions, elle n'auroit point engendré de solide ; elle se seroit étendue seulement. Si l'on conçoit encore la surface E F G H se mouvoir de E F G H en *e f g h*, elle engendrera le solide E F G H *e f g h*. Fig. 23.

Entre les corps que la Géométrie considere, on distingue, en général, trois especes de solides ; sçavoir, le *prisme*, la *pyramide* & la *sphere*.

Des Prismes.

41. Les *prismes* sont es corps qui sont égaux dans toute leur longueur, & terminés aux deux extrémités par des surfaces parfaitement égales & paralleles en-

tr'elles ; ces surfaces s'appellent *bases des*
Fig. 24. *prismes* ; ainsi A, B, C, D, E, sont des prismes.

42. Les prismes prennent différens noms suivant les figures des bases qui les terminent ; celui A dont les bases sont des triangles, s'appelle *prisme triangulaire* ; celui B dont les bases sont des quadrilateres, s'appelle *prisme quadrangulaire*, & plus souvent *parallélipipede*. Un parallélipipede dont les bases étant des rectangles, sont encore perpendiculaires à ses côtés, est appellé *parallélipipede rectangle*. Un parallélipipede C dont les six surfaces sont des quarrés, s'appelle *cube*. Un prisme D dont les bases sont des pentagones, s'appelle *prisme pentagonal*, &c. celui E dont les bases sont des cercles, s'appelle *cylindre*.

Des Pyramides.

43. Les *pyramides* sont des corps qui, ayant une certaine grosseur d'une part,

yont toujours en se rétreciſſant vers l'autre ; & par conſéquent ſe terminent en un point, qu'on appelle *ſommet de la pyramide.* Le côté oppoſé à ce ſommet eſt une ſurface plane, qu'on appelle *baſe de la pyramide ;* ainſi A, B, C, D, ſont des pyramides. Fig. 25.

Les pyramides prennent différens noms ſuivant les différentes figures de leurs baſes. Celle A dont la baſe eſt un triangle, s'appelle *pyramide triangulaire ;* celle B dont la baſe eſt un quadrilatere, s'appelle *pyramide quadrangulaire ;* celle C dont la baſe eſt un pentagone, s'appelle *pyramide pentagonale,* &c. celle D dont la baſe eſt un cercle, s'appelle *cône.*

Lorſque nous parlerons de la ſphere, nous verrons que c'eſt un corps terminé par une ſeule ſurface.

SEIZIEME LEÇON.

De la Génération du Cylindre.

Fig. 26. 44. On peut concevoir la génération du cylindre X, si l'on imagine qu'un rectangle ABCD ayant son côté AB fixé aux points A & B, se meuve d'ailleurs autour de ce même côté. Il est aisé de s'en convaincre; car par cette révolution, les deux lignes AD & BC engendreront deux cercles (27) qui seront les bases du cylindre: Mais comme on peut imaginer une infinité de points dans les lignes AB & CD; il s'ensuit qu'on peut imaginer dans le rectangle ABCD, une infinité de lignes paralleles aux lignes AD & BC; or par cette même révolution, toutes ces lignes engendreront autant de cercles qui, ne laissant aucun intervalle entr'eux, deviendront nécessairement les élémens du cylindre X. On voit encore que la ligne CD

engendrera par ce mouvement, la surface qui enveloppe le cylindre ; enfin la ligne AB n'ayant aucun mouvement, occupe nécessairement tous les centres de ces cercles élémentaires. On appelle cette ligne ainsi considérée, *l'axe du cylindre.* Toutes les lignes menées perpendiculairement de l'axe du cylindre à sa surface, sont appellées *rayons du cylindre.* On voit qu'ils sont nécessairement égaux entr'eux.

De la Génération du Cône.

45. On peut concevoir la génération du cône X, si l'on imagine qu'un triangle rectangle ABC ayant son côté AB fixé aux points A & B, se meuve d'ailleurs autour de ce même côté. Il est aisé de s'en convaincre ; car par cette révolution, la ligne BC engendrera un cercle qui sera la base du cône ; la ligne AC engendrera la surface qui enveloppe le cône ; & comme dans le triangle ABC, on peut imaginer Fig. 27.

une infinité de lignes paralleles à la ligne BC, qui seront d'autant plus petites qu'elles approcheront du point A, il s'ensuivra que toutes ces lignes engendreront nécessairement autant de cercles qui seront pareillement d'autant plus petits qu'ils approcheront du sommet A du cône, & qui d'ailleurs ne laissant aucun intervalle entr'eux, deviendront les élémens du cône X; enfin la ligne AB n'ayant aucun mouvement, occupe nécessairement tous les centres de ces cercles élémentaires. On appelle cette ligne ainsi considérée, *l'axe du cône.*

Fig. 28. Un cône X dont la partie supérieure est retranchée, s'appelle *cône tronqué.* Le cercle de section A en est appellé *la base supérieure.* Elle est parallele à la base B qu'on appelle *base inférieure.* La ligne *ab* qui se termine aux centres de ces deux bases, s'appelle *l'axe du cône tronqué.*

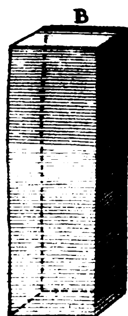


Fig. 24.

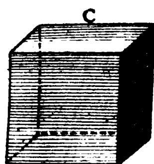
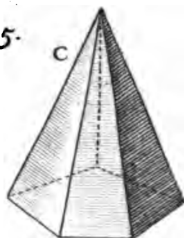
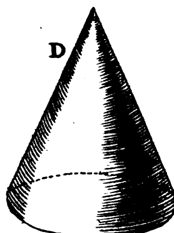






Fig. 25.





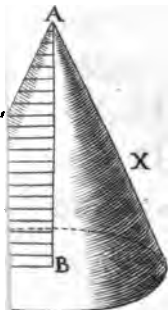
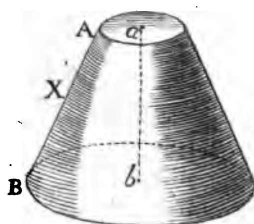


Fig 28



Ang. Scot.

DIX-SEPTIEME LEÇON.

De la Sphere.

46. La *ſphere* eſt un corps rond renfermé dans une ſeule ſurface ; il eſt tellement diſpoſé que toutes les lignes menées de cette ſurface à un point qui en eſt le centre, ſont égales entr'elles. Ces lignes ſont appellées *rayons de la ſphere.* On donne encore à la ſphere le nom de *globe ;* ainſi le corps X eſt une *ſphere* ou un *globe.* Fig. 29.

On voit par cette définition, qu'une ſphere eſt la même choſe que ce que l'on entend communément par le mot *boule.*

Une ligne qui paſſant par le centre de la ſphere, eſt terminée de part & d'autre à ſa ſurface, s'appelle *diametre de la ſphere.*

De la Génération de la Sphere.

47. On peut concevoir la génération de la ſphere, ſi l'on imagine que le demi-

Fig. 30. cercle ABD fixé en A & en B, faſſe une révolution autour de la ligne AB; car pendant ce mouvement, la demi-circonférence ADB engendrera la ſurface de la ſphere; & comme on peut concevoir dans le plan du demi-cercle ABD, une infinité de demi-circonférences concentriques, il s'enſuivra qu'elles engendreront une infinité de ſurfaces ſphériques, qui ne laiſſant aucun intervalle entr'elles, deviendront néceſſairement les élémens de la ſphere. La ligne AB qui demeure immobile pendant cette révolution, s'appelle l'*axe de la ſphere*. Ses deux extrêmités A & B en ſont appellées les *poles*. On voit bien que l'axe de la ſpere en eſt auſſi le diametre, puiſque paſſant par ſon centre, il eſt terminé de part & d'autre à ſa ſurface.

On peut encore concevoir la génération de la ſphere, en imaginant dans le

Fig. 31. plan du demi-cercle ABD, une infinité de

de lignes perpendiculaires au diametre AB; alors si l'on fait faire une révolution à ce demi-cercle, en le supposant toujours fixé en A & en B, il arrivera que toutes ces lignes engendreront des cercles qui seront d'autant plus petits qu'ils approcheront des poles A & B. Ces cercles seront tous dans une situation parallele, & ne laissant aucun intervalle entr'eux, ils deviendront nécessairement les élémens de la sphere.

48. REMARQUE. On peut regarder la sphere ou le globe, comme un corps solide qui n'est point différent des corps pyramidaux; car il peut être considéré comme composé d'une infinité de pyramides, qui ayant leurs bases infiniment petites à sa surface, ont d'ailleurs leurs sommets à son centre.

DIX-HUITIEME LEÇON.

Des Cercles de la Sphere.

49. Quand nous parlerons de *cercles*

de la sphere, il faudra toujours entendre ceux dont les circonférences se trouvent dans sa surface. Il y en a de deux sortes, les *grands* & les *petits*.

On appelle *grands cercles*, ceux dont les plans passent par le centre de la sphere.

On appelle *petits cercles*, ceux dont les plans ne passent pas par le centre de la sphere.

Comme les grands cercles passent par le centre de la sphere, il s'ensuit que chacun de leurs diametres est égal à celui de la sphere; il suit encore que tous ces cercles sont égaux entr'eux. Il n'en est pas de même des petits, car ils sont de différentes grandeurs; les plus petits sont ceux dont les plans sont les plus éloignés du centre de la sphere.

Des Segmens de la Sphere.

50. Un plan qui passe par la sphere, la coupe nécessairement en deux parties,

qu'on appelle *ſegmens ſphériques*. Si ce plan ne paſſe pas par le centre, les deux ſegmens ſont inégaux. Le plus grand eſt celui qui contient le centre, le plus petit eſt celui qui ne le contient pas; ainſi ACB eſt un grand ſegment ſphérique, & DEF eſt un petit ſegment ſphérique : mais ſi le plan qui coupe la ſphere, paſſoit par le centre, alors les deux ſegmens ſeroient égaux; dans ce cas, on les appelle *hémiſpheres* ou *demi-ſpheres*; ainſi GHI eſt un hémiſphere. Les cercles X, Y & Z ſont les baſes de ces ſegmens. Fig. 32.

REMARQUE. La partie du plan compriſe dans la ſection de la ſphere, devient néceſſairement un cercle. On voit que ce cercle ſera grand, s'il ſépare la ſphere en deux hémiſpheres; parce qu'alors il doit paſſer par le centre : au contraire ce cercle ſera petit, s'il ſépare la ſphere en deux ſegmens inégaux; parce qu'alors il ne doit pas paſſer par le centre.

Des Secteurs de la Sphere.

51. Si l'on suppose que l'extrêmité d'un rayon de la sphere, est fixé à son centre, pendant que l'autre extrêmité décrit la circonférence d'un petit cercle ; la partie solide de cette sphere, comprise dans le mouvement de ce rayon, s'appelle *secteur sphérique*. Il paroît par cette défi-
Fig. 33. nition, qu'un secteur sphérique ACBD est composé d'un cône ACB, & d'un petit segment sphérique ADB, dont les bases sont réunies. Il paroît encore qu'un secteur sphérique a son sommet au centre de la sphere.

Des Zones.

52. Une partie de la surface de la sphere, terminée par une ou par deux circonférences, s'appelle *zone*. Quand elle est terminée par deux circonférences, il faut que leurs cercles soient paralleles.

DIX-NEUVIEME LEÇON.

De l'Axe & des Poles d'un grand Cercle de la Sphere.

53. On appelle *axe d'un grand cercle*, un diametre de la ſphere, qui paſſant par le centre de ce grand cercle, eſt encore perpendiculaire à ſon plan. Les deux points de cet axe, qui ſont dans la ſurface de la ſphere, ſont les *poles* de ce cercle.

54. De ce que l'axe eſt perpendiculaire à ſon cercle, il s'enſuit que l'arc compris entre l'un de ſes poles & ſa circonférence, eſt toujours un arc de *quatre-vingt-dix degrés*. Par exemple, le cercle ABDE étant Fig. 34. un grand cercle, & la ligne FG en étant l'axe, il s'enſuit que les arcs FA, FD, GA & GD compris entre les poles F & G, & ſa circonférence, ſont chacun de *quatre-vingt-dix dégrés*.

De l'Interſection des grands Cercles de la Sphere.

55. Deux grands cercles dans la ſphere, ſe coupent néceſſairement en deux parties égales; puiſque la ligne d'interſection eſt également diametre & de l'un & de l'autre cercle, & que le diametre coupe le cercle en deux parties égales (6). Par exemple, ſi les deux grands cercles AFDG & ABDE ſont dans la même ſphere, ils ſe coupent néceſſairement en deux parties égales, qui ſeront pour l'un AFD & AGD, & pour l'autre ABD & AED; la ligne d'interſection AD ſera pareillement diametre du cercle AFDG, comme du cercle ABDE. On peut dire la même choſe des cercles X & Y de la Figure 35, comme de tous autres.

56. De ce que deux grands cercles dans la ſphere, ſe coupent néceſſairement en deux parties égales, il s'enſuit que leurs circonférences ſe coupent auſſi

néceſſairement en deux parties égales ; & que les deux points d'interſection de ces circonférences, ſont les extrêmités du diametre d'interſection de ces deux cercles. Ce qui eſt évident.

57. Deux grands cercles X & Y qui ſe coupent obliquement, forment enſemble quatre angles, qu'on appelle *angles ſphériques* ; ceux qui ont leurs ſommets oppoſés ſont égaux entr'eux. On meſure les angles que font ces cercles ſur un troiſieme grand cercle qui eſt perpendiculaire aux deux premiers (37). Ainſi l'on meſurera les angles ACB, BCE, ECD & DCA (*a*), que font les cercles X & Y, ſur le troiſiéme cercle Z. Fig. 35. Fig. 36.

(*a*) On ne conſidere ordinairement les angles ſphériques, que comme des arcs de grands cercles, qui ſe rencontrent à la ſurface d'une ſphere ; c'eſt pour cela qu'on les indique ordinairement de cette maniere ; l'angle AFB, pour l'angle ACB ; l'angle BFE, pour l'angle BCE, &c. Mais comme nous n'avons en vue que de faire connoître une des manieres de les meſurer, nous avons préféré l'indication dont nous nous ſervons ici.

Deux grands cercles qui se coupent perpendiculairement dans la sphere, forment quatre angles égaux, qu'on appelle *angles droits sphériques.*

THÉORÊME.

58. *Deux grands cercles se coupent perpendiculairement, si la circonférence de l'un passe par les poles de l'autre.* Ainsi les deux
Fig. 34. grands cercles AFDG & ABDE se coupent perpendiculairement; parce que la circonférence AFDG de l'un, passe par les poles F & G de l'autre cercle ABDE. On dit encore de ces cercles, qu'ils se coupent à angles droits.

On peut se convaincre de cette vérité; car l'axe FG étant nécessairement perpendiculaire au cercle ABDE, il ne penche d'aucun côté sur ce cercle (35): or, si la circonférence AFDG passe par les deux poles F & G, il faut nécessairement que son cercle passe dans l'axe FG; par conséquent, il ne penchera ni d'un côté,

ni de l'autre, ſur le cercle ABDE, d'où il ſuit qu'il lui eſt perpendiculaire; donc deux grands cercles ſe coupent perpendiculairement, ſi la circonférence de l'un paſſe par les poles de l'autre.

VINGTIEME LEÇON.

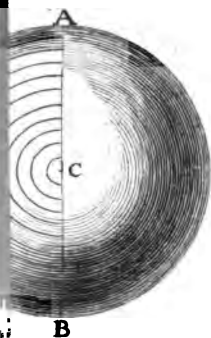
Des Angles formés par les Plans, & des Angles formés par les Axes de deux grands cercles.

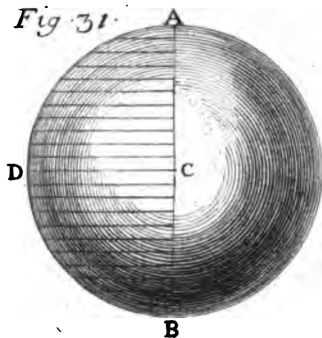
THÉORÊME.

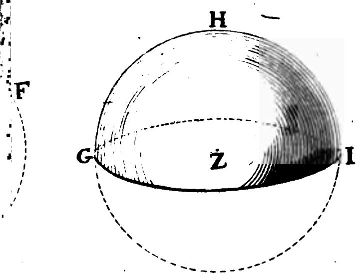
59. *Lorſque deux grands cercles ſe coupent dans la ſphere, l'angle qu'ils font entr'eux, eſt égal à l'angle que font leurs axes, dans le même ſens.* Par exemple, lorſque deux grands cercles X & Y ſe coupent, l'angle ACB qu'ils font entre eux, eſt égal à l'angle DCE que font leurs axes EF & DG, dans le même ſens. Fig. 37.

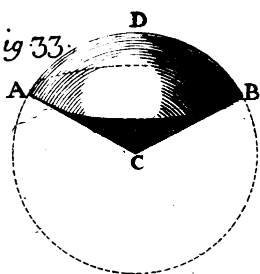
Il eſt aiſé de s'en convaincre; car, ſi l'on ſuppoſe le grand cercle X & ſon axe

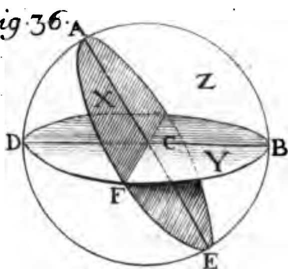
EF immobiles, pendant que l'autre grand cercle Y & ſon axe DG ne faiſant qu'un corps, ſeront mobiles ſur le centre C; & ſi l'on ſuppoſe encore un troiſiéme grand cercle BAEDFG, dont le plan paſſe par les axes EF & DG; il eſt évident que pendant que le point A décrira l'arc BA, en allant de B en A, il faudra que le point D décrive l'arc ED, en allant de E en D; parce qu'il eſt impoſſible que l'un n'avance ſans faire avancer l'autre d'une même quantité, ne faiſant enſemble qu'un corps, comme nous l'avons ſuppoſé; d'où il eſt aiſé de conclure que ces deux arcs ſeront égaux; mais de ce que les arcs BA & ED ſont égaux, il s'enſuit que les angles ACB & DCE dont ces arcs ſont la meſure, ſont auſſi égaux (14): donc lorſque deux grands cercles ſe coupent dans la ſphere, l'angle qu'ils font entr'eux eſt égal à l'angle que font leurs axes, dans le même ſens.

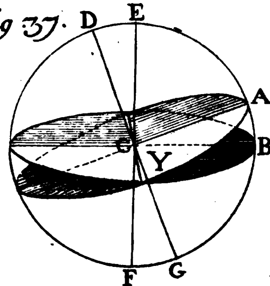

A
C
B


Fig. 31.
A
D
C
B


H
F
G
Z
I


Fig 33.
D
A
B
C


Fig 36.
A
Z
X
D
C
B
Y
F
E


Fig 37.
D
E
A
C
B
Y
F
G

Ang. Scot.



LEÇONS

DE GÉOMÉTRIE,

Pour servir d'Introduction à l'Etude de la Sphere & de la Géographie.

SECONDE PARTIE.

Combinaisons & Aplications des Principes précédens.

PREMIERE LEÇON.

Idée du Calcul.

60. Le *Calcul* est la combinaison que l'on fait de deux ou de plusieurs grandeurs, pour parvenir à la connoissance de quelqu'autre grandeur.

61. En général, on entend par les mots *grandeur* ou *quantité*, tout ce qui est susceptible d'augmentation ou de diminution. On voit par là que les lignes, les surfaces & les solides sont des grandeurs, puisqu'ils sont susceptibles d'augmentation ou de diminution. Les nombres sont encore des grandeurs, puisqu'ils sont aussi susceptibles d'augmentation ou de diminution.

Des Opérations principales.

62. Il y a quatre opérations principales dans le calcul; savoir, l'*addition*, la *soustraction*, la *multiplication* & la *division*.

De l'Addition.

63. L'*addition* est une opération par laquelle on réunit plusieurs grandeurs en une seule. Par exemple, si l'on conçoit
Fig. 1. que les lignes AB, CD & EF sont réunies en une seule ligne XY; cette façon

d'opérer ou de confidérer, s'appelle *addition*. La ligne XY, qui eft le réfultat de cette opération, s'appelle la *fomme*.

Exemple en Nombre.

Si l'on conçoit que les nombres 2, 3 & 4 font réunis en un feul nombre 9; cette façon d'opérer s'appelle *addition*. Le nombre 9, qui eft le réfultat de cette opération, s'appelle la *fomme*.

De la Souftraction.

64. La *fouftraction* eft une opération par laquelle retranchant une grandeur d'une autre, on confidere encore ce qui refte après ce retranchement. Par exemple, fi l'on conçoit qu'ayant retranché la ligne AB de la ligne CD, il refte la ligne ED; cette façon d'opérer ou de confidérer, s'appelle *fouftraction*. La ligne ED, qui eft le réfultat de cette opération, s'appelle le *refte* ou la *différence*. Fig. 2.

Exemple en Nombre.

Si l'on conçoit qu'ayant retranché 5 de 7, il reste 2; cette façon d'opérer s'appelle *soustraction*. Le nombre 2, qui est le résultat de cette opération, s'appelle le *reste* ou la *différence*.

De la Multiplication.

65. La *multiplication* est une opération par laquelle on répete une grandeur, autant de fois qu'il est marqué par une autre. Par exemple, si l'on conçoit que la
Fig. 3. ligne AB est répétée 4 fois, ce qui est la même chose que de la multiplier par 4, & que la ligne CD exprime l'état de cette répétition; cette façon d'opérer ou de considérer s'appelle *multiplication*. La ligne AB qui est la grandeur à multiplier, s'appelle le *multiplicande*; le nombre 4 étant la grandeur qui multiplie, s'appelle le *multiplicateur*; & la ligne CD, qui est le résul-

tat de cette opération, s'appelle le *produit*.

66. On peut encore considérer la multiplication d'une autre maniere. C'est par exemple, lorsqu'on multiplie une ligne AB par une autre ligne BC. Dans ce cas, on répete le multiplicande AB, autant de fois qu'il y a de points dans le multiplicateur BC, & on a pour produit une surface ABCD. On voit que cette façon de multiplier, revient à ce que nous avons dit de la génération des surfaces (22). Fig. 5.

Il suit de-là que, si on suppose le multiplicande AB, composé de 4 petites lignes A*a*, *ab*, *bc* & *c*B, & le multiplicateur BC composé de 5 petites lignes B*d*, *de*, *ef*, *fg* & *g*C égales aux premieres, la surface ABCD qui sera le produit de ces deux lignes AB & BC, sera composée de 20 petites surfaces; parce que 20 est le produit de 4 multiplié par 5. Fig. 6.

67. Si le multiplicande & le multiplicateur étoient égaux, le résultat seroit un

produit quarré ou simplement un *quarré*. On voit que les vingt petites surfaces de la Figure 6ᵉ sont des quarrés; puisque nous avons supposé les quatre parties de la ligne AB & les cinq parties de la ligne BC, égales entr'elles.

Fig. 7. 68. Si on considere la surface ABCD (qui est le produit de la ligne AB par la ligne BC de la figure 5ᵉ) comme multiplicande, & la ligne BF, comme multiplicateur; alors il faudra répéter cette surface autant de fois qu'il y a de points dans la ligne BF, & on aura pour produit un solide ABCDEFGH. On voit que cette façon de multiplier, revient à ce que nous avons dit de la génération des solides (40).

Fig. 8. Il suit encore que, si la surface ABCD considérée comme multiplicande, est composée de 20 petits quarrés (telle qu'en la Figure 6ᵉ); & si le multiplicande BF est composé de 3 petites lignes B*i*, *ih* & *h*F, égales aux petites lignes A*a*, *ab*, &c.

&c. du multiplicande ; le solide ABCD EFGH qui en est le produit, sera composé de 60 petits solides ; parce que 60 est le produit de 20 multiplié par 3.

Si le multiplicande étoit un quarré & que le multiplicateur fût égal à un côté de ce quarré, le résultat seroit un *produit cubique*, ou simplement un *cube*.

On voit que les soixante petits solides de la Figure 8[e], sont des cubes ; puisque nous avons supposé les trois parties de la ligne BF, égales au côté de chaque petit quarré du multiplicande ABCD.

Exemple en Nombre.

Si on conçoit que le nombre 5 multiplié par le nombre 4, donne le nombre 20 ; cette façon d'opérer s'appelle *multiplication*. Le nombre 5 est le *multiplicande* ; le nombre 4 est le *multiplicateur* ; & le nombre 20, qui est le résultat de cette opération, s'appelle le *produit*.

REMARQUE. On doit toujours considérer le multiplicateur, comme désignant un nombre de fois. Par conséquent, dans cet exemple, le nombre 4 ne désigne pas seulement 4, mais 4 fois; ensorte que pour multiplier 5 par 4, on ne doit pas dire 4, 5, font 20; mais on doit dire, 4 fois 5 font 20.

On pourroit prendre le nombre 5 pour multiplicateur, & on auroit toujours 20 pour produit. Dans ce cas, on auroit dit, 5 fois 4 font 20. On voit par là que, pour multiplier deux nombres l'un par l'autre, il est indifférent de multiplier le premier par le second, ou de multiplier le second par le premier; car le produit sera toujours le même.

On peut se convaincre de cette vérité, si on jette les yeux sur les Figures 5 & 6. On verra par la Figure 5[e], qu'il est indifférent de répéter la ligne AB autant de fois qu'il y a de points dans la ligne BC,

ou bien de répéter la ligne BC autant de fois qu'il y a de points dans la ligne AB. On verra de même par la Figure 6ᵉ, qu'il est indifférent de multiplier les quatre petites lignes AB, par les cinq petites lignes BC, ou bien de multiplier les cinq petites lignes BC, par les quatre petites lignes AB; puisque dans l'un & dans l'autre cas, le produit sera toujours le même.

De la Division.

69. La *division* est une opération par laquelle on cherche combien de fois une grandeur en contient une autre. Par exemple, si on cherche combien de fois la ligne AB contient la ligne CD, & que l'on trouve qu'elle la contienne 4 fois; cette façon d'opérer ou de considérer, s'appelle *division*. La ligne AB, qui est la grandeur à diviser, s'appelle le *dividende*; la ligne CD étant la grandeur qui divise, s'appelle le *diviseur*; & le nombre 4, qui Fig. 4.

eſt le réſultat de cette opération, s'appelle le *quotient*. Il exprime toujours combien de fois le diviſeur eſt contenu dans le dividende, ou ce qui eſt la même choſe, combien de fois le dividende contient le diviſeur.

Il ſuit de-là que ſi l'on répete le diviſeur autant de fois qu'il eſt marqué par le quotient, on doit avoir le dividende. En effet, on ſent bien que ſi l'on répete le diviſeur CD autant de fois qu'il eſt marqué par le quotient 4, on doit avoir le dividende AB.

Remarque. La diviſion & la multiplication ſont deux opérations abſolument oppoſées; puiſque la diviſion décompoſe, pour ainſi dire, ce que la multiplication établit. Par exemple, ſi l'on ſe propoſoit de diviſer la ſurface ABCD par la ligne AB; on verroit alors que la ligne BC ſeroit le quotient. On voit effectivement que la ligne BC priſe pour quotient, ex-

Fig. 5.

prime combien de fois le diviſeur AB eſt contenu dans le dividende ABCD; car il y eſt contenu autant de fois qu'il y a de points dans la ligne BC. On pourroit donner nombre d'exemples; mais nous nous bornerons à celui-ci.

Exemple en Nombre.

Si on conçoit que le nombre 24 diviſé par 3, donne le nombre 8; cette façon d'opérer s'appelle *diviſion*. Le nombre 24 eſt le *dividende*; le nombre 3 eſt le *diviſeur*; & le nombre 8, qui eſt le réſultat de cette opération, s'appelle le *quotient*.

SECONDE LEÇON.

Des Fractions, ou Suite de la Diviſion.

70. Il arrive quelquefois que le diviſeur eſt plus grand que le dividende; dans ce cas, ne pouvant faire la diviſion, on

ſe contente de l'indiquer; & cette indication s'appelle *fraction*. Par exemple, ne pouvant faire la diviſion de 3 par 4, on ſe contente de l'indiquer en cette maniere $\frac{3}{4}$. On obſerve de placer le diviſeur ſous le dividende, en les ſéparant par une ligne. On énonce cette fraction $\frac{3}{4}$, en diſant *trois quarts*; on peut la conſidérer comme le quotient de 3 diviſé par 4.

Cette fraction $\frac{3}{4}$, exprime 3 fois le quart de 1; car 3 eſt la même choſe que 3 fois 1; or, ſi l'on avoit ſeulement 1 à diviſer par 4, le quotient ſeroit le quart de 1, ou ſimplement un quart; mais ce n'eſt pas 1 qu'on ſe propoſe de diviſer par 4, c'eſt 3 qui eſt triple de 1; donc ſon quotient doit être triple de $\frac{1}{4}$; or $\frac{3}{4}$ eſt triple de $\frac{1}{4}$; donc $\frac{3}{4}$ exprime le quotient de 3 diviſé par 4; ou, ce qui eſt la même choſe, cette fraction $\frac{3}{4}$ exprime 3 fois le quart de 1.

Cet *un* ou cette *unité* dont nous par-

lons, eſt appellé *entier :* enſorte que tout nombre contient autant d'entiers qu'il exprime d'*uns* ou d'*unités ;* c'eſt-à-dire que 4 contient quatre entiers, 5 contient cinq entiers, 12 contient douze entiers, &c. Ces nombres 4, 5, 12, comme tous autres qui contiendroient des entiers ſans qu'il y ait un reſte, ſont appellés *nombres entiers*, pour les diſtinguer des fractions qu'on appelle encore *nombres fractionnaires.*

On énonce les fractions ſuivantes $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{12}$, &c. en diſant *deux cinquiemes*, *un ſixieme*, *ſept huitiemes*, *cinq douziemes*, &c.

Chaque fraction eſt compoſée de deux nombres. Celui qui eſt au-deſſous de la ligne s'appelle le *dénominateur ;* celui qui eſt au-deſſus s'appelle le *numérateur*. Le *dénominateur* annonce que l'entier du numérateur eſt diviſé en autant de parties égales, qu'il eſt marqué par ce même dé-

nominateur ; par exemple, dans la fraction $\frac{2}{5}$, le dénominateur 5 annonce que l'entier du numérateur 2, est divisé en cinq parties égales : le *numérateur* annonce qu'il faut répéter ces parties divisées autant de fois qu'il est marqué par lui-même ; par exemple, dans cette même fraction $\frac{2}{5}$, le numérateur 2 annonce que la cinquieme partie de l'entier, est répétée 2 fois.

Lorsque le numérateur est égal au dénominateur, l'indication est égale à 1. Par exemple, si l'on indiquoit la division de 4 par 4, on auroit l'indication $\frac{4}{4}$, qui représente 4 fois le quart de 1 ; or il est évident que 4 fois le quart de 1 est 1, ou 1 entier : donc lorsque le numérateur est égal au dénominateur, l'indication est égale à 1.

Lorsque le numérateur est plus grand que le dénominateur, l'indication est plus grande que 1 entier. Par exemple, si l'indication étoit $\frac{5}{4}$, elle seroit plus grande

que 1 ; car elle exprimeroit 1 plus $\frac{1}{4}$; si l'indication étoit $\frac{8}{4}$, elle seroit égale à 2, &c.

Souvent les fractions sont formées d'un reste de division : c'est ce qui arrive lorsque le dividende ne contient pas le diviseur un certain nombre de fois, sans qu'il y ait un reste. Par exemple, si l'on veut diviser 17 par 5, on verra que le diviseur 5 est contenu 3 fois dans le dividende 17, & on aura 3 pour quotient ; mais il reste 2 du dividende, qu'on ne peut diviser ; alors indiquant la division de ce reste par cette fraction $\frac{2}{5}$, on verra que le véritable quotient de 17 divisé par 5, sera 3 plus $\frac{2}{5}$.

Nous allons donner un *problême* (a) qui se résout par le moyen de la division ; mais avant d'y passer, il est à propos de se souvenir de ce que nous avons dit sur la mul-

(a) Un *Problême* est une proposition qu'il s'agit de résoudre ; & en même-temps prouver que les moyens qu'on a pris pour y parvenir, sont immanquables & certains.

tiplication & fur la divifion. Par la définition que nous avons donné de la multiplication, nous avons vu qu'elle étoit une opération par laquelle on fe propofoit de trouver une grandeur, qui exprimât l'état d'une autre grandeur, répétée un certain nombre de fois : au contraire, par la définition que nous avons donné de la divifion, nous avons vu qu'elle étoit une opération par laquelle on fe propofoit de trouver, combien de fois une grandeur en contenoit une autre.

PROBLÊME.

71. *Trouver un nombre qui multipliant 4, donne 24 pour produit.*

On trouvera la folution de ce problême, en divifant le nombre 24 par 4, & le quotient 6 fera le nombre cherché; car le nombre 24 confidéré comme produit de 4 multiplié par 6, contient autant de fois 4, qu'il eft marqué par le nombre

6 que l'on cherchoit; or, il falloit divifer 24 par 4, pour favoir combien de fois ce nombre 4 y étoit contenu; on a vu qu'il y étoit contenu 6 fois; par conféquent, fi on prend autant de fois 4, qu'il eft marqué par 6, on aura un produit égal à 24: ce qui remplit les conditions du problême.

REMARQUE. On peut voir par le moyen de ce problême que fi l'on divife un produit par le multiplicande, on connoîtra le multiplicateur; & que fi l'on divife un produit par le multiplicateur, on connoîtra le multiplicande.

TROISIEME LEÇON.

Des Rapports.

72. Une quantité confidérée feule ne peut être regardée, ni comme grande, ni comme petite; mais fi on la confidere relativement à un autre; pour-lors on pourra dire de cette quantité, ou qu'elle eft égale, ou plus grande, ou plus petite que celle à

laquelle elle eſt comparée. Cette façon de conſidérer une quantité relativement à une autre, s'appelle *rapport* ou *raiſon*. Il y en a de deux ſortes, le *rapport géométrique* & le *rapport arithmétique*. Nous ne parlerons que du premier, parce que le ſecond n'eſt pas néceſſaire à ce que nous nous propoſons.

Quand on dit *rapport* ſimplement, ſans déſigner lequel, il faut toujours entendre le *rapport géométrique*.

Un rapport géométrique eſt la maniere dont une grandeur en contient une autre. Par exemple, ſi on conçoit que la ligne
Fig. 9. AB contienne la ligne CD 3 fois, c'eſt un rapport géométrique.

Dans tout rapport, il y a deux termes; l'*antécédent* & le *conſéquent*. L'antécédent eſt le premier, le conſéquent eſt le ſecond.

Outre ces deux termes, il y a encore une grandeur qui exprime la valeur du

rapport. On appelle cette grandeur *exposant*. Dans l'exemple que nous venons de donner, le nombre 3 eſt l'expoſant. Il annonce que l'antécédent AB contient 3 fois le conſéquent CD.

Il y a deux ſortes de rapports géométriques. 1°. Le *rapport d'égalité*; c'eſt lorſque l'antécédent & le conſéquent ſont égaux; ainſi le rapport de la ligne AB à la ligne *ab*, eſt un rapport d'égalité. L'expoſant de ce rapport eſt un, parce que l'antécédent AB contient le conſéquent *ab*, 1 fois. 2°. Le *rapport d'inégalité*, c'eſt lorſque l'antécédent eſt plus grand ou plus petit que le conſéquent. Il eſt dit de *plus grande inégalité*, quand l'antécédent eſt plus grand que le conſéquent; ainſi le rapport de la ligne AB à la ligne CD, eſt un *rapport de plus grande inégalité*; parce que l'antécédent AB eſt plus grand que le conſéquent CD; dans cet exemple, l'*expoſant* eſt 3 : au contraire, un rapport

Fig. 10.

Fig. 9.

eſt dit de *plus petite inégalité*, quand l'antécédent eſt plus petit que le conſéquent ;
Fig. 11. ainſi le rapport de la ligne AB à la ligne CD, eſt un *rapport de plus petite inégalité* ; parce que l'antécédent AB eſt plus petit que le conſéquent CD ; dans cet exemple, l'expoſant eſt $\frac{1}{3}$. Il annonce que l'antécédent AB ne contient pas le conſéquent CD, une fois ; mais qu'il le contient ſeulement un tiers de fois ; ou ce qui eſt la même choſe, il annonce que l'antécédent AB, contient une fois la troiſiéme partie du conſéquent CD.

Il paroît par ce que nous venons de dire, que pour connoître la valeur d'un rapport, il ſuffira de diviſer l'antécédent par le conſéquent ; alors le quotient de cette diviſion, deviendra l'expoſant de ce rapport ; car diviſer une grandeur par une autre, c'eſt chercher combien de fois la premiere contient la ſeconde ; or c'eſt ce qu'il faut faire pour connoître un rapport.

On indique ordinairement un rapport en cette maniere $\frac{AB}{CD}$; cela veut dire le rapport de la ligne AB à la ligne CD. On obſerve toujours de mettre le conſéquent ſous l'antécédent, en les ſéparant par une petite ligne. On voit que l'indication d'un rapport, eſt la même que l'indication d'une fraction.

De ce que l'expoſant exprime la valeur d'un rapport, il s'enſuit que deux rapports ſont égaux, ſi leurs expoſants le ſont auſſi. Par exemple, de ce que l'expoſant de chacun des rapports $\frac{AB}{CD}$ & $\frac{ab}{cd}$ eſt 2, il s'enſuit qu'ils ſont égaux. On peut par une même raiſon, prouver que les rapports des Figures 9 & 13, ſont égaux; puiſque 3 eſt l'expoſant de l'un & de l'autre. Fig. 12.

Exemple des Rapports en Nombre.

Un nombre conſidéré ſeul ne peut être regardé, ni comme grand, ni comme pe-

tit; mais si on le considere relativement à un autre; pour lors on pourra dire de ce nombre, qu'il est égal, ou plus grand, ou plus petit que celui auquel on le compare. Cette façon de considérer un nombre, relativement à un autre, s'appelle *rapport* ou *raison*. Il y a deux sortes de rapports dans les nombres, comme dans toute autre espece de grandeurs. Nous ne parlerons que du rapport géométrique.

Nous venons de voir qu'un rapport géométrique étoit la maniere dont une grandeur en contenoit une autre. Donc, si l'on conçoit que le nombre 15 contienne le nombre 5, 3 fois; c'est un rapport géométrique : 15 est l'*antécédent*, 5 est le *conséquent*, & 3 est l'*exposant*. On indique ce rapport en cette maniere $\frac{15}{5}$.

Si l'on compare le nombre 8 au nombre 8, c'est un rapport d'*égalité*; parce que l'antécédent & le conséquent de ce rapport sont égaux. On l'indique en cette

maniere

maniere $\frac{8}{8}$. L'expoſant ſera 1, parce que 8 contient 8, 1 fois.

Si on compare le nombre 12 au nombre 6, c'eſt un *rapport de plus grande inégalité*; parce que l'antécédent eſt plus grand que le conſéquent. On l'indiquera en cette maniere $\frac{12}{6}$. L'expoſant ſera 2, parce que 12 contient 6, 2 fois.

Si on compare le nombre 2 au nombre 8, c'eſt un *rapport de plus petite inégalité*; parçe que l'antécédent eſt plus petit que le conſéquent. On l'indiquera en cette maniere $\frac{2}{8}$. L'expoſant ſera $\frac{1}{4}$; parce que l'antécédent ne contient pas le conſéquent une fois, mais parce qu'il le contient ſeulement $\frac{1}{4}$ de fois; ou, parce que l'antécédent 2, contient 1 fois le quart du conſéquent 8.

Nous avons vu que l'expoſant exprimoit la valeur d'un rapport; par conſéquent les rapports $\frac{8}{4}$ & $\frac{10}{5}$ ſont égaux, puiſqu'ils ont l'un & l'autre 2 pour ex-

poſant; de même les rapports $\frac{3}{9}$ & $\frac{4}{12}$ ſont égaux, puiſqu'ils ont l'un & l'autre $\frac{1}{3}$ pour expoſant.

Rapport du Diametre à la Circonférence.

73. Pour ſe repréſenter le rapport du diametre à la circonférence, il faut ſuppo-
Fig. 14. ſer que la circonférence du cercle X, eſt redreſſée & indiquée par une ligne droite AB. On peut regarder cette ligne droite AB, comme la ſomme ou la réunion de toutes les lignes infiniment petites, qui concourent à former la circonférence du cercle X (4). Cela poſé, ſi l'on ſuppoſe le diametre AD de ce cercle, diviſé en ſept parties égales, cette circonférence redreſſée AB en contiendra vingt-deux. On indique ordinairement ce rapport, en cette maniere $\frac{7}{22}$. Cela veut dire le rapport de 7 à 22; enſorte que le nombre 7 qui eſt l'antécédent, repréſente le diametre, & le nombre 22 qui eſt le conſéquent,

repréſente la circonférence redreſſée.

On voit qu'au moyen de ce rapport, il ſera facile de trouver une ligne droite égale à la circonférence d'un cercle; car, ayant diviſé ou partagé le diametre en ſept parties égales, il n'y aura qu'à répéter une de ces parties, vingt-deux fois; alors on aura une ligne droite égale à la circonférence de ce cercle.

REMARQUE. Ce rapport $\frac{7}{22}$ du diametre à la circonférence, n'eſt qu'approché; parce qu'on n'en a pas encore trouvé un qui ſoit abſolument exact; néanmoins on peut s'en ſervir ſans erreur ſenſible. Il y a encore des rapports plus approchés que $\frac{7}{22}$; mais nous nous en tiendrons à celui-ci; parce qu'il eſt exprimé par de plus petits nombres que les autres, & qu'à cet égard il nous ſera plus commode.

QUATRIÈME LEÇON.

Des Proportions.

74. Une *proportion* eſt la comparaiſon que l'on fait de deux rapports égaux. Par
Fig. 15. exemple, ſi le rapport de la ligne AB à la ligne CD, & le rapport de la ligne *ab* à la ligne *cd*, ſont égaux, & qu'on les compare, c'eſt une *proportion.*

Comme il y a deux ſortes de rapports; il y a auſſi deux ſortes de proportions; la *proportion géométrique* & la *proportion arithmétique.* Nous ne parlerons que de la proportion géométrique.

Quand on dit *proportion* ſimplement; il faut toujours entendre *proportion géométrique.*

On indique une proportion en cette maniere $\frac{AB}{CD} = \frac{ab}{cd}$. Cela ſignifie que $\frac{AB}{CD}$ égale $\frac{ab}{cd}$. Ce ſigne = ſignifie *égale.* On indique encore une proportion, & plus

ordinairement, en cette maniere AB : CD :: *ab* : *cd*. On l'énonce en disant la ligne AB est à la ligne CD, comme la ligne *ab* est à la ligne *cd*.

75. On distingue quatre termes dans une proportion : l'*antécédent* & le *conséquent* du premier rapport ; l'*antécédent* & le *conséquent* du second.

Le premier & le dernier terme d'une proportion, s'appellent les *extrêmes* ; le second & le troisieme, s'appellent les *moyens* ; ainsi dans l'exemple proposé, AB & *cd* sont les extrêmes, CD & *ab* sont les moyens.

Il arrive quelquefois que le conséquent du premier rapport, devient antécédent du second ; dans ce cas, on l'appelle *moyen proportionnel*, & la proportion est appellée *continue* ; ainsi AB : CD :: CD : EF Fig. 16. est une *proportion continue* ; le terme CD est *moyen proportionnel*. On indique ordinairement cette proportion, en cette

maniere ∺ AB : CD : EF, ce qui s'énonce en disant AB est à CD, comme CD est à EF.

Quand une proportion continue a plus de trois termes, elle est appellée *progression*; ainsi ∺ AB : CD : EF : GH : IK, est une progression. On l'énonce en disant, AB est à CD, comme CD est à EF; CD est à EF, comme EF est à GH; EF est à GH, comme GH est à IK.

Fig. 17.

Exemples en Nombre.

Si l'on a les rapports $\frac{4}{2} = \frac{6}{3}$, on aura cette proportion 4 : 2 :: 6 : 3; ce qui signifie que 4 est à 2, comme 6 est à 3.

Si l'on a les rapports $\frac{3}{6} = \frac{6}{12}$, on aura la proportion 3 : 6 :: 6 : 12; c'est-à-dire, que 3 est à 6, comme 6 est à 12; mais en examinant cette proportion, on voit que le conséquent 6 du premier rapport, devient l'antécédent du second; on conclut

de-là, que la proportion est continue. On l'indique en cette maniere $\div\!\div$ 3 : 6 : 12; ce qui signifie toujours que 3 est à 6, comme 6 est à 12. Le nombre 6 est le moyen proportionnel de cette proportion.

Si l'on a les rapports $\frac{16}{8} = \frac{8}{4} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$, on aura cette progression $\div\!\div$ 16 : 8 : 4 : 2 : 1, qu'on énonce, en disant, 16 est à 8, comme 8 est à 4; 8 est à 4, comme 4 est à 2; 4 est à 2, comme 2 est à 1.

Les rapports & les proportions dont nous venons de parler, sont appellés *directs*, pour les distinguer des rapports & des proportions *inverses* dont nous allons parler.

Des Rapports & des Proportions Inverses.

76. Deux rapports sont *inverses*, lorsque pour les mettre en proportion, on est obligé de renverser l'ordre, ou du premier ou du second; & la proportion est appellée *inverse*. Par exemple, les rap-

Fig. 18. ports $\frac{AB}{CD}$ & $\frac{ab}{cd}$ sont inverses; parce que pour les mettre en proportion, il faut renverser l'ordre; ou du premier rapport, comme on le voit par cette proportion CD : AB :: *ab* : *cd*; ou du second, comme on le voit par cette autre proportion AB : CD :: *cd* : *ab*; & ces deux proportions sont appellées *inverses*.

Exemple en Nombre.

Les deux rapports $\frac{6}{3}$ & $\frac{2}{4}$ sont inverses; parce que pour les mettre en proportion, il faut renverser l'ordre; ou du premier rapport, en cette maniere $\frac{3}{6}$, & l'on aura cette proportion 3 : 6 :: 2 : 4; ou du second, en cette maniere $\frac{4}{2}$, & l'on aura cette nouvelle proportion 6 : 3 :: 4 : 2. Ces deux proportions sont appellées *inverses* des rapports $\frac{6}{3}$ & $\frac{2}{4}$; parce que pour la premiere, il a fallu renverser l'ordre du premier rapport; & que pour la seconde, il a fallu renverser l'ordre du second.

Pour faire sentir ce qui donne naissance aux rapports & aux proportions inverses, nous allons en faire une petite application.

Par exemple, s'il falloit douze planches larges d'un pied pour fermer une breche; il est constant qu'il ne faudroit que six planches larges de deux pieds pour fermer cette même breche. Or le rapport de la largeur des planches, est $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire que les largeurs des planches sont entr'elles, comme 1 est à 2; & le rapport des nombres des planches, est $\frac{12}{6}$, c'est-à-dire que les nombres des planches sont entr'eux, comme 12 est à 6. On voit donc que ces deux rapports $\frac{1}{2}$ & $\frac{12}{6}$ sont inverses; puisque pour les mettre en proportion, il faut renverser l'ordre; ou du premier, en cette maniere $\frac{2}{1}$, d'où l'on a cette proportion 2 : 1 :: 12 : 6; ou du second, en cette maniere $\frac{6}{12}$, d'où l'on a cette autre proportion 1 : 2 :: 6 : 12.

On peut appercevoir par cette application, que plus la largeur des planches sera petite, plus leur nombre sera grand; & qu'au contraire, plus la largeur des planches sera grande, plus leur nombre sera petit.

On dit de toutes grandeurs qui sont en telle proportion, qu'elles sont en *raisons inverses*, en *raisons réciproques* ou en *raisons indirectes*; ce qui signifie la même chose.

THÉORÊME FONDAMENTAL.

77. *Dans toute proportion géométrique, le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.*

Pour s'en convaincre, il n'y a qu'à supposer la ligne AB composée de 10 parties, la ligne CD de 5, la ligne EF de 4, & la ligne GH de 2, & que toutes ces parties sont égales entr'elles; alors ces quatre lignes étant représentées par les

Fig. 9.

nombres 10, 5, 4 & 2, on aura cette proportion 10 : 5 :: 4 : 2. Cela posé.

Si on multiplie les extrêmes 10 & 2 l'un par l'autre, & que l'on en fasse autant des moyens 5 & 4, on aura 20 pour chaque produit. Cela vient de ce que par l'ordre qu'on donne à une proportion, les deux termes du premier rapport étant les multiplicandes, & les deux termes du second étant les multiplicateurs, sont tellement disposés, que le plus grand multiplicande a le plus petit multiplicateur; & que le plus petit multiplicande, a le plus grand multiplicateur; ensorte que si le premier multiplicande 10 est double du second 5, il est multiplié par le second multiplicateur 2, qui est nécessairement la moitié du premier 4 (parce que sans cela il n'y auroit pas de proportion); pareillement, si le second multiplicande 5 est la moitié du premier 10, il est multiplié par le premier multiplicateur 4, qui

eſt néceſſairement double du ſecond 2; or, de ces grandeurs oppoſées dans les multiplicandes & dans les multiplicateurs, il s'enſuit l'égalité des produits 20 & 20. Mais ce que nous diſons ici, de cette proportion, eſt applicable à toute autre; donc le produit des extrêmes, eſt égal au produit des moyens.

Il ſuit de ce théorême, que dans une proportion continue, le produit des extrêmes eſt égal au quarré du moyen proportionnel. Par exemple, ſi on a cette proportion continue ÷ 8 : 4 : 2, le produit 16 des extrêmes 8 & 2, eſt égal au quarré 16 du moyen proportionel 4. Cela eſt évident; puiſque cette proportion continue ÷ 8 : 4 : 2, eſt la même choſe que ſi elle étoit indiquée en cette maniere 8 : 4 :: 4 : 2 : or, par cette derniere indication, on voit que le produit 16 des extrêmes 8 & 2, eſt égal au produit 16 des moyens 4 & 4 : mais le produit de 4 multiplié par

4, eſt un quarré, puiſque le multiplicande & le multiplicateur ſont égaux (67); d'ailleurs ce produit 16, eſt égal à celui de 4 multiplié par lui-même; donc, dans une proportion continue, le produit des extrêmes eſt égal au quarré du moyen proportionnel.

Divers arrangemens dans les Proportions.

78. On peut donner divers arrangemens aux quatre termes d'une proportion, ſans qu'ils ceſſent pour cela d'être proportionnels. Par exemple, les quatre termes de cette proportion 10 : 5 :: 4 : 2, peuvent ſouffrir les arrangemens ſuivans, & demeurer néanmoins proportionnels.

Arrangemens.

10 : 5 :: 4 : 2.	10 : 4 :: 5 : 2.
5 : 10 :: 2 : 4.	5 : 2 :: 10 : 4.
4 : 2 :: 10 : 5.	4 : 10 :: 2 : 5.
2 : 4 :: 5 : 10.	2 : 5 :: 4 : 10.

Cela eſt évident, puiſque le produit des

extrêmes eſt toujours égal au produit des moyens. C'eſt encore une ſuite du théorême précédent.

De la Regle de Trois.

79. Lorſque dans une proportion, on connoît l'un des deux rapports, & ſeulement un terme de l'autre, & qu'on ſe propoſe de trouver le terme qui lui manque; la méthode ou les moyens qu'on emploie pour le découvrir, s'appelle *la regle de trois*. Cette regle eſt ainſi appellée, parce qu'effectivement on ne connoît que trois termes de la proportion qui doit en contenir quatre, comme nous l'avons déjà dit au commencement de cette leçon (75).

Par exemple, ſi dans cette proportion 10 : 5 :: 4 : 2, nous ne connoiſſions que les trois premiers termes; c'eſt-à-dire, le premier rapport 10 : 5, & le premier terme 4 du ſecond; & que nous nous propoſions de trouver le terme qui manque;

alors nous ordonnerions la proportion en cette maniere, 10 : 5 :: 4 : x ; x représentant le terme qu'on ne connoît pas ; & nous raisonnerions ainsi. Puisque dans toutes proportions le produit des extrêmes est égal au produit des moyens (77), il faut donc que le produit 20 des moyens 5 & 4, soit égal au produit de l'extrême 10 multiplié par l'extrême x, qu'on ne connoît pas. Il ne s'agit, pour le connoître, que de trouver un nombre qui multipliant 10, donne 20 pour produit. Or, en divisant 20 par 10, le quotient 2 sera le terme cherché ; c'est ce que nous avons vu. (71).

Cette maniere d'opérer, pour trouver la valeur du terme x, qui dans cet exemple, est 2, est donc ce qu'on appelle *la regle de trois*.

Autre exemple. Si dans cette même proportion 10 : 5 :: 4 : 2, nous ne connoissions pas le second terme ; c'est-à-dire, si nous

connoissions seulement le premier terme 10, & le second rapport 4 : 2; alors nous ordonnerions la proportion en cette maniere 10 : x :: 4 : 2 : x représentant toujours le terme que l'on ne connoît pas; & nous raisonnerions comme dans l'exemple précédent. Nous dirions, dans toute proportion le produit des extrêmes est égal à celui des moyens; il faut donc que le produit 20 des extrêmes 10 & 2, soit égal au produit du moyen 4 multiplié par le moyen x, qu'on ne connoît pas. Il ne s'agit plus que de trouver un nombre, qui multipliant 4, donne 20 pour produit. Or, divisant 20 par 4, le quotient 5 sera le terme cherché.

On se conduira de la même maniere pour toute autre regle de trois; c'est-à-dire, pour toute autre proportion dans laquelle il manquera un terme.

On voit donc, par ce que nous venons de dire, que la regle de trois se réduit, lorsqu'on

lorſqu'on connoît les deux termes moyens d'une proportion, à les multiplier l'un par l'autre, & à diviſer le produit par l'extrême que l'on connoît; & lorſqu'on connoît les deux termes extrêmes, à les multiplier l'un par l'autre, & à diviſer le produit par le moyen que l'on connoît; & que, dans ces deux cas, on connoîtra toujours le terme qui manque à la proportion.

CINQUIEME LEÇON.

De la Meſure des Grandeurs Géométriques.

80. Nous avons vu (61) qu'on entend par *grandeur*, tout ce qui eſt ſuſceptible d'augmentation ou de diminution. On diſtingue trois eſpéces de grandeurs en Géométrie. 1°. Les grandeurs qui n'ont qu'une dimenſion, telles que les *lignes*. 2°. Les grandeurs qui ont deux dimenſions, telles que les *ſurfaces*. 3°. Les grandeurs qui ont trois dimenſions, telles que les *ſolides*.

On entend par *dimension*, la maniere dont une grandeur peut être mesurée ; ainsi une grandeur qui n'a qu'une dimension, n'a qu'une maniere d'être mesurée, &c.

Des Mesures.

81. En général, une *mesure* est une grandeur adoptée qui sert à faire connoître la valeur d'autres grandeurs, sous sa dénomination. La mesure la plus ordinaire en Géométrie, est la *toise* & ses subdivisions. Mais de ce qu'on distingue trois sortes de grandeurs en Géométrie, on y distingue aussi trois espéces de toises. 1°. La *toise*, qui n'a qu'une dimension, quand on ne considere que la longueur. 2°. La *toise-quarrée*, qui a deux dimensions, quand on considere la longueur & la largeur. 3°. La *toise-cube*, qui a trois dimensions, quand on considere la longueur, la largeur & l'épaisseur.

La *toise*, qui n'a qu'une dimension, doit être regardée comme une ligne droite. On divise la toise en six parties égales, & chacune de ces parties s'appelle *pied*; d'où il suit qu'une toise est égale à 6 pieds. Le *pied*, qui n'a pareillement qu'une dimension, doit être regardée comme une ligne droite. On divise le pied en douze parties égales, & chacune de ces parties s'appelle *pouce*; ainsi un pied est égal à 12 pouces, &c.

La *toise-quarrée*, qui a deux dimensions, doit être regardée comme une surface quarrée, dont le côté est d'une toise ou de six pieds; d'où il suit qu'une toise-quarrée est égale à 36 pieds-quarrés, puisque 36 est le produit de 6 multiplié par 6. Le *pied-quarré*, qui a pareillement deux dimensions, doit être regardé comme une surface quarrée, dont le côté est d'un pied ou de 12 pouces; d'où il suit que le pied-quarré est égal à 144 pouces-quarrés; puis-

que 144 eſt le produit de 12 multiplié par 12, &c.

La *toiſe-cube*, qui a trois dimenſions, doit être regardée comme un cube dont la baſe étant une toiſe-quarrée, ou 36 pieds-quarrés, eſt multipliée par une toiſe, ou par 6 pieds; d'où il ſuit qu'une toiſe-cube eſt égale à 216 pieds-cubes; puiſque 216 eſt le produit de 36 multiplié par 6. Le *pied-cube*, qui a pareillement trois dimenſions, doit être regardé comme un cube, dont la baſe étant un pied-quarré, ou 144 pouces-quarrés, eſt multiplié par un pied, ou par 12 pouces; d'où il ſuit qu'un pied-cube eſt égal à 1728 pouces-cubes; puiſque 1728 eſt le produit de 144 multiplié par 12, &c.

De la Meſure des Lignes.

82. On ſe ſert de la toiſe, pour meſurer ou pour connoître la valeur de toute ligne qui peut la contenir une ou plu-

ſieurs fois ; alors on dit de cette ligne, qu'elle eſt longue d'une ou de pluſieurs toiſes : mais ſi la ligne à meſurer, étoit plus courte que la toiſe ; dans ce cas, il faudroit avoir recours à ſes ſubdiviſions ; alors ſi le pied y étoit contenu une ou pluſieurs fois, on diroit de cette ligne, qu'elle ſeroit longue d'un ou de pluſieurs pieds ; & ſi la ligne à meſurer, étoit plus courte que le pied, il faudroit avoir recours à de plus petites ſubdiviſions, telles que les pouces, &c.

Si après avoir répété la toiſe un certain nombre de fois ſur une ligne, on s'apperçoit qu'il y a un reſte ; dans ce cas, voyant que ce reſte eſt plus petit que la toiſe, on a recours à ſes ſubdiviſions, & on ajoute la valeur de ce reſte, à la premiere quantité trouvée. Par exemple, ayant remarqué qu'une ligne contient trois toiſes, ſi l'on s'apperçoit qu'il y a un reſte, & qu'après avoir meſuré ce reſte, on voit qu'il

contient deux pieds; alors les ajoutant aux 3 toises déja trouvées, on dira de cette ligne, qu'elle est longue de 3 toises plus 2 pieds. On peut dire aussi de cette ligne, qu'elle est longue de 20 pieds; puisque la toise est égale à 6 pieds. Si après cette façon de mesurer, on s'apperçoit qu'il y a encore un reste; alors voyant que ce reste est plus petit que le pied, on a recours à de plus petites subdivisions, &c.

De la Mesure des Surfaces.

83. Nous parlerons seulement de la mesure des *rectangles*; parce que toute autre surface peut se réduire à cette figure, comme nous le verrons bientôt.

Pour connoître la surface d'un rectangle, il faut mesurer les deux côtés qui sont perpendiculaires l'un à l'autre; alors les multipliant l'un par l'autre, le produit donnera la surface de ce rectangle (66).

On se sert de la toise-quarrée, pour connoître la valeur de tout rectangle qui

peut la contenir une ou plusieurs fois; alors on dit de ce rectangle, qu'il est d'une ou de plusieurs toises-quarrées: mais si le rectangle étoit moindre que la toise-quarrée; dans ce cas, il faudroit avoir recours à ses subdivisions; alors si le pied-quarré y étoit contenu une ou plusieurs fois, on diroit de ce rectangle, qu'il seroit d'un ou de plusieurs pieds-quarrés; & si le rectangle étoit plus petit que le pied-quarré, il faudroit avoir recours à de plus petites subdivisions, telles que les pouces-quarrés, &c.

Si après avoir remarqué que la toise-quarrée est contenue un certain nombre de fois, dans un rectangle, on s'apperçoit qu'il y a un reste; dans ce cas, voyant que ce reste est plus petit que la toise-quarrée, on a recours à ses subdivisions, & on l'ajoute à la quantité de toises-quarrées déja trouvées. Par exemple, si l'on a un rectangle dont les côtés perpendiculaires

ſont, l'un de 19 pieds & l'autre de 4 pieds; on verra que ſon produit ou ſa ſurface ſera 76 pieds-quarrés; alors, remarquant que la toiſe-quarrée y eſt contenue 2 fois, avec un reſte de 4 pieds-quarrés, on ajoute ce reſte aux 2 toiſes-quarrées, & on dit que la ſurface de ce rectangle contient 2 toiſes-quarrées, plus 4 pieds-quarrés.

De la Meſure des Solides.

84. Nous parlerons ſeulement de la meſure des *parallélipipedes rectangles*, (voyez ce que nous avons dit des parallélipipedes (42)) parce que tout ſolide peut ſe réduire à cette forme, comme nous le verrons bientôt.

Pour connoître la ſolidité d'un parallélipipede rectangle, il faut après avoir connu la ſurface de ſa baſe, qui eſt toujours un rectangle; il faut, dis-je, multiplier cette ſurface par l'épaiſſeur de ce parallélipipede, qu'on appelle encore ſa *hauteur*. Le produit de cette multiplication

donnera la ſolidité du parallélipipede (68).

On ſe ſert de la toiſe-cube, pour connoître la valeur de tout parallélipipede rectangle qui peut la contenir une ou pluſieurs fois; alors on dit de ce parallélipipede, qu'il eſt d'une ou de pluſieurs toiſes-cubes: mais ſi le parallélipipede étoit moindre que la toiſe-cube; dans ce cas, il faudroit avoir recours à ſes ſubdiviſions; alors, ſi le pied-cube y étoit contenu une ou pluſieurs fois, on diroit de ce parallélipipede, qu'il ſeroit d'un ou de pluſieurs pieds-cubes; & ſi le parallélipipede étoit plus petit que le pied-cube, il faudroit avoir recours à de plus petites ſubdiviſions, telles que les pouces-cubes, &c.

Si après avoir remarqué que la toiſe-cube eſt contenue un certain nombre de fois, dans un parallélipipede rectangle, on s'apperçoit qu'il y a un reſte; dans ce cas, voyant que ce reſte eſt plus petit que la toiſe-cube, on a recours à ſes ſubdivi-

ſions ; alors on l'ajoute à la quantité de toiſes-cubes déja trouvée. Par exemple, ſi l'on a un parallélipipede dont la baſe ſoit 76 pieds-quarrés, & dont la hauteur ou l'épaiſſeur ſoit une ligne de 3 pieds, on verra que cette baſe de 76 pieds-quarrés, multipliée par la hauteur 3 pieds, donnera pour produit ou pour ſolidité 228 pieds-cubes ; alors remarquant que la toiſe-cube y eſt contenu une fois, avec un reſte de 12 pieds-cubes, on ajoute ce reſte à la toiſe-cube, & on dit que la ſolidité de ce parallélipipede eſt d'une toiſe-cube, plus 12 pieds-cubes.

SIXIEME LEÇON.

De l'Egalité des ſurfaces des Figures planes.

85. Deux triangles ont des ſurfaces égales, ſi leurs côtés homologues (*a*) ſont

(*a*) *Homologue*, qui a même dénomination ou qui eſt correſpondant.

égaux; car si l'on conçoit ces deux triangles appliqués l'un sur l'autre, ensorte que leurs côtés homologues se confondent, il est évident qu'ils s'effaceront exactement; d'où il suit que leurs surfaces seront égales: par exemple, les triangles ABC & *abc*, ont des surfaces égales; puisque chacun de leurs côtés homologues AB, *ab*; BC, *bc*; & CA, *ca* sont égaux. Fig. 20.

Dans les autres figures planes, il ne suffit pas que les côtés homologues soient égaux, il faut encore que les angles correspondans le soient aussi: par exemple, les quadrilateres ABCD & *abcd*, ont des surfaces égales; parce que, non-seulement leurs côtés homologues AB, *ab*; BC, *bc*, &c. sont égaux; mais encore, parce que leurs angles correspondans A, *a*; D, *d*; C, *c*; &c. le sont aussi. Fig. 21.

Les poligones X, *x*, ont aussi des surfaces égales; parce que leurs côtés & leurs angles correspondants sont égaux. Il en Fig. 22.

eſt de même de toute autre figure plane.

La diagonale coupe néceſſairement tout parallélogramme en deux triangles, qui ont des ſurfaces égales : par exemple,
Fig. 23. les diagonales AC & *ac* coupent chacun des parallélogrammes ABCD & *abcd*, en deux triangles, dont les ſurfaces ſont égales ; c'eſt-à-dire, que le triangle ABC eſt égal au triangle CDA, & que le triangle *abc* eſt égal au triangle *cda*. Cela eſt évident ; puiſque les côtés homologues de ces triangles ſont néceſſairement égaux ; d'ailleurs, il ne faut que regarder la figure, pour être convaincu de la vérité de cette propoſition.

Théorême.

86. *Tout parallélogramme obliquangle, & tout parallélogramme rectangle, qui ont même baſe & même hauteur, ont des ſurfaces égales.*

Soit, par exemple, le parallélogramme

obliquangle ABCD, & le rectangle *abcd*, dont les bases AB & *ab* sont égales, aussi-bien que leurs hauteurs EC & *bc*; je dis que leurs surfaces sont égales; car si l'on retranche le petit triangle EBC, du parallélogramme obliquangle ABCD, & qu'on le place sur l'autre triangle FAD, qui lui est nécessairement égal; il est évident que la nouvelle surface FECD, sera égale à la premiere ABCD; puisqu'on lui a retranché d'une part, ce qu'on lui a remis de l'autre; mais de ce que cette nouvelle surface FECD a ses côtés & ses angles correspondans, égaux à ceux du parallélogramme *abcd*, il s'ensuit qu'elle lui est égale; or ceci peut s'appliquer à tous autres parallélogrammes obliquangles ou rectangles; donc tous parallélogrammes obliquangles ou rectangles qui ont même base & même hauteur, sont égaux en surface. Fig. 24.

Il suit de-là que tous triangles qui ont

même base & même hauteur, sont égaux en surface; puisqu'ils peuvent être la moitié d'un parallélogramme de même base & de même hauteur. Par exemple, les triangles ABC & *abc*, ayant leurs bases AB & *ab* égales, aussi-bien que leurs hauteurs EC & *bc*, sont égaux en surface; puisqu'ils sont chacun la moitié des parallélogrammes ABCD & *abcd*, qui sont égaux; donc les triangles qui ont même base & même hauteur, sont égaux en surface.

Il suit encore que tout triangle est égal à un rectangle, qui ayant même base, n'a que la moitié de sa hauteur; ou qui ayant même hauteur, n'a que la moitié de sa base. Cela est évident; car, de ce que tous triangles qui ont même base & même hauteur sont égaux, il suit que chacun d'eux est égal à la moitié d'un rectangle qui auroit même base & même hauteur. Par exemple, de ce que les triangles ABC

& *abc* ſont égaux entr'eux, il ſuit que ſi l'un *abc* eſt égal à la moitié du rectangle *abcd*, le triangle ABC ſera auſſi égal à la moitié de ce rectangle; & il en eſt de même de tout autre triangle qui auroit même baſe & même hauteur : or il eſt indifférent de prendre la moitié du rectangle *abcd*, ou par la ligne *ca*, ou par la ligne *ef*, ou par la ligne *gh*; donc les triangles ABC & *abc*, ſont égaux au parallélogramme *abfe*, ou au parallélogramme *hbcg*, dont l'un *abfe* a même baſe *ab*, & la moitié *bf* de la hauteur *cb*; & l'autre *hbcg*, a même hauteur *bc* & la moitié *hb* de la baſe *ab*; donc tout triangle eſt égal à un parallélogramme, qui ayant même baſe, n'a que la moitié de ſa hauteur; ou bien, qui ayant même hauteur, n'a que la moitié de ſa baſe.

De la Réduction des Figures Planes.

87. Ces propositions bien conçues, il sera facile de réduire toute figure plane en parallélogramme; car toute figure plane peut se réduire en triangle. Il y a trois cas dans cette réduction.

I. CAS. Si les figures sont rectilignes, il faut mener des lignes droites d'un angle à l'autre, jusqu'à ce que la figure soit tout-à-fait réduite en triangles. Exemple,
Fig. 25. pour réduire le pentagone ABCDE, on menera les lignes BE & CE, ce qui réduit cette figure en trois triangles; & pour réduire l'exagone FGHIKL, on menera les lignes FH, FI, & IL. Ainsi des autres poligones.

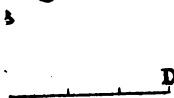
88. II. CAS. Si la figure est curviligne, telle que le cercle, qui sera la seule figure curviligne dont nous parlerons, il faudra redresser la circonférence A*bcd*, en une ligne droite AB, & la placer perpendicu-
lairement

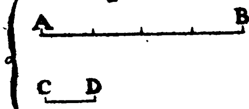
lairement au rayon AC, de façon que l'extrêmité A du rayon AC, soit au même point que l'extrêmité A de la circonférence redressée AB (on redresse la circonférence de tout cercle, par le rapport de 7 à 22 (73)) ensuite il faudra mener une ligne droite de l'extrêmité C du rayon AC, jusqu'à la rencontre de l'extrêmité B de la circonférence redressée AB; alors le cercle A*bcd* sera réduit en la forme du triangle ABC, & lui sera égal en surface. Cela est évident, car les élémens du cercle sont une infinité de circonférences concentriques (27), qui sont d'autant plus petites qu'elles sont proches du centre, & qui redressées, deviennent les élémens du nouveau triangle ABC.

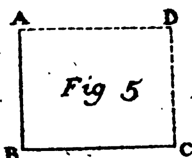
89. III. Cas. Si la figure est mixtiligne, comme un secteur de cercle ACBE; Fig. 27. alors on redressera l'arc AEB en une ligne droite AD, & on la placera perpendiculairement au rayon AC, ensorte

que l'extrémité de l'arc redressé & du rayon, soient au même point A; & de l'extrêmité C du rayon, on menera une ligne droite, jusqu'à la rencontre de l'extrêmité D de l'arc redressé AD; pour lors le triangle CAD, sera égal en surface au secteur ACBE. Ce qui est encore évident, puisque les élémens d'un secteur sont une infinité d'arc d'autant plus petits qu'ils sont proches du sommet du secteur, & qui redressés, deviennent les élémens du nouveau triangle CAD.

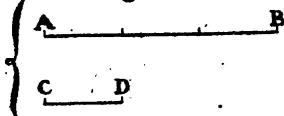
Remarque. On pourroit être embarrassé pour redresser l'arc d'un secteur; mais si on fait attention à la partie qu'occupe cet arc dans la circonférence, la chose deviendra très-facile. Par exemple, si l'on suppose que l'arc occupe le tiers de la circonférence, ce qui est facile à connoître par la quantité de degrés que cet arc peut contenir; alors, opérant de la même maniere que si la circonférence

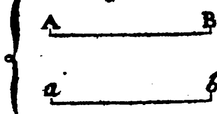


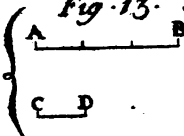












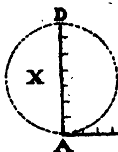
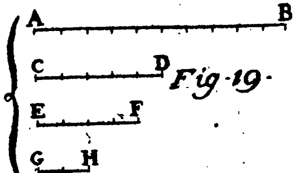
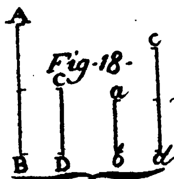
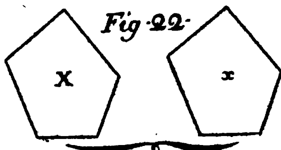
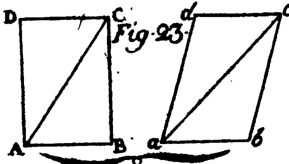


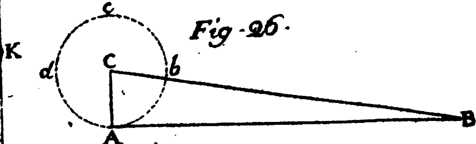
Fig. 14.

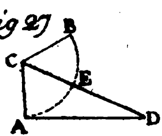












Ang. Scot.

étoit entiere, & l'ayant redressée, on en prendra le tiers. On opere de la même maniere pour tout autre arc; c'est-à-dire, que si un arc occupoit le quart de la circonférence, on prendroit le quart de la circonférence redressée.

SEPTIEME LEÇON.

De la Valeur des Surfaces qui renferment les Solides.

90. La valeur des surfaces qui renferment les solides, ne consiste que dans leur développement, & dans la réduction qu'on en fait en triangles ou en rectangles.

Le développement de la surface d'un cube X, ne consiste que dans l'arrangement que l'on donne à ses six surfaces, qui peuvent former le rectangle ABCD ou le rectangle *abcd*. Fig. 28.

Le développement de la surface d'un parallélipipede rectangle X, ne consiste Fig. 29.

que dans l'arrangement de ses quatre faces qui peuvent former le rectangle ABCD, & dans l'arrangemenr de ses deux bases qui forment le rectangle *abcd*. Ce que l'on dit ici du parallélipipede, peut s'entendre pour tout autre prisme. Il faut se souvenir qu'un parallélipipede est un prisme quadrangulaire.

Le développement de la surface d'un
Fig.30. cylindre X, est égal à un rectangle ABCD, qui a même hauteur que ce cylindre, & l'une de ses circonférences redressées pour base. Cela est évident, car la surface d'un cylindre n'est autre chose qu'une de ses circonférences multipliée par sa hauteur. Si l'on veut ajouter de plus la valeur des surfaces de ses deux bases, on les réduira en triangles, comme il a été enseigné pour le cercle (88).

Le développement de la surface d'une
Fig.31. pyramide quadrangulaire X, est égal à la surface ABCDEF, formée par les qua-

tre triangles qui en sont les faces. Si l'on veut, on peut ajouter la base *abcd*. Ce que nous disons de cette pyramide quadrangulaire, peut s'entendre pour toute autre pyramide.

Le développement de la surface d'un cône X, est de même valeur que la surface d'un secteur ABC, dont l'arc BC est égal à la circonférence de sa base, & dont le rayon AB est égal au côté *cd* du cône; & ce secteur est de même valeur que le triangle DEF (89), dont la hauteur DE est égale au côté *cd* du cône, & dont la base EF est encore égale à la circonférence redressée de la base de ce même cône; d'où il suit que la surface d'un cône X, est de même valeur que celle d'un rectangle DEGH, dont la hauteur ED est égale au côté de ce cône, & dont la base EG est encore égale à la moitié de la circonférence de la base redressée EF; car le triangle supprimé FGI, est Fig. 32.

de même valeur que le triangle ajouté DHI.

Le développement de la surface d'un
Fig. 33. cône tronqué X, est une surface mixtiligne ABCD, terminée par les deux lignes AB & CD égales à son côté *cd*, & par les deux arcs BC & AD, égaux aux circonférences des deux bases correspondantes; & cette surface est de même valeur que le quadrilatere EFGH, dont le côté EH est égal à la circonférence redressée de la base supérieure, & dont le côté FG est égal à la circonférence redressée de la base inférieure; & ce même quadrilatere EFGH, est encore égal au rectangle EFIK; car, en menant parallélement à la ligne FE, la ligne IK qui passe d'ailleurs par le point L, pris au milieu de la ligne GH, & prolongeant le côté EH jusqu'en K, le triangle supprimé LIG sera égal au triangle ajouté LKH.

Remarquez qu'on appelle *surface d'un*

solide, celle qui couvre seulement les faces; & qu'on appelle *surface totale d'un solide*, celles qui couvre les faces & les bases.

De la Valeur de la surface de la Sphere.

91. La surface de la sphere est égale à la surface d'un cylindre, sans y comprendre les bases, qui ayant pour hauteur le diametre de cette sphere, a d'ailleurs pour base un de ses grands cercles; ainsi la surface de la sphere X est égale à la surface d'un cylindre ABCD, sans y comprendre les bases, qui ayant pour hauteur le diametre *ab* de cette sphere, a d'ailleurs pour base, un des ses grands cercles C*f* D*g* (*a*). Fig. 34.

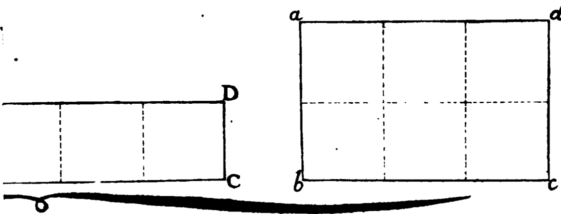
(*a*) Nous ne donnerons pas la démonstration de cette proposition; parce qu'elle exige une connoissance de la Géométrie plus étendue que celle que nous nous proposons dans ces Leçons; au reste, si l'on est curieux de la voir, on la trouve dans tous les Ouvrages qui traitent des principes de la Géométrie.

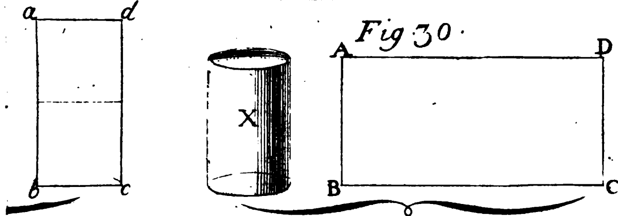
Il suit de-là que la surface d'une sphere X, est égale à un rectangle EFGH, qui a pour hauteur la ligne EF égale à son diametre *ab*, & pour base une ligne FG égale à la circonférence redressée, d'un de ses grands cercles C*f*D*g*; cela est évident, puisque le rectangle EFGH est le développement de la surface du cylindre ABCD.

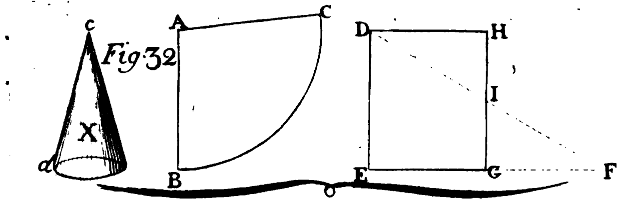
HUITIEME LEÇON.

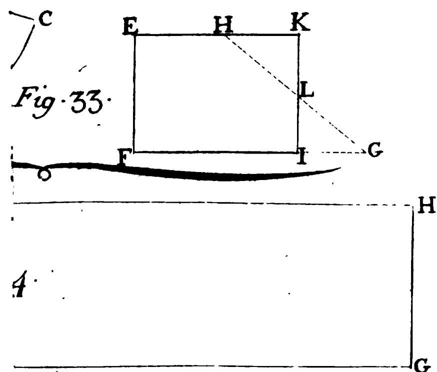
De l'Égalité des Solides.

92. Deux solides sont parfaitement égaux, lorsque leurs faces correspondantes sont égales chacune à chacune, & que d'ailleurs leurs angles correspondans sont
Fig. 35. égaux. Par exemple, les solides X & Y sont parfaitement égaux; parce que leurs faces correspondantes sont égales, & que d'ailleurs leurs angles correspondans sont égaux. Les deux pyramides


D
C
a
d
b
c


a
d
b
c
X
Fig 30.
A
D
B
C


c
Fig 32
X
d
A
C
B
D
H
I
E
G
F


C
Fig. 33.
E
H
K
L
F
I
G
4.
H
G

X & Y ont aussi, par la même raison, Fig. 36.
des solidités parfaitement égales. Il ne faut que jetter les yeux sur la figure, pour être convaincu de cette vérité.

Hauteur des Prismes & des Cylindres.

93. La *hauteur* d'un prisme ou d'un cylindre, est une ligne menée perpendiculairement d'une base à l'autre ; ou bien une ligne menée perpendiculairement d'une base, sur le prolongement de l'autre, quand l'obliquité du prisme ou du cylindre l'exige.

Hauteur des Pyramides & des Cônes.

94. La *hauteur* d'une pyramide ou d'un cône, est une ligne menée perpendiculairement du sommet sur la base, ou sur le prolongement de la base, quand l'obliquité de la pyramide ou du cône l'exige.

THÉORÊME I.

95. *Tous prismes & tous cylindres droits ou obliques, qui ont des bases égales en surface, & qui d'ailleurs ont même hauteur, sont égaux en solidité.* Par exemple, les
Fig. 37. prismes & les cylindres T, V, X, Y & Z, sont égaux en solidité; car nous supposons que leurs bases sont égales en surface, & que d'ailleurs leurs hauteurs AB, AB, &c. sont égales entr'elles.

On peut se convaincre de cette verité, si l'on fait attention qu'un prisme quel-
Fig. 38. conque X, peut être regardé comme la réunion d'une infinité de tranches infiniment minces, posées les unes sur les autres; ensorte qu'un prisme Y, qui a même base & même hauteur que le premier X, doit avoir autant de ces tranches; or, si l'on remarque que ces tranches sont égales chacune à chacune, il s'ensuivra que les prismes X & Y seront égaux, puis-

qu'ils en ont chacun une même quantité; mais ce que nous disons des prismes X & Y, peut s'appliquer à tout autre prisme ou cylindre; donc tous prismes & tous cylindres droits ou obliques, qui ont des bases égales en surface, & qui d'ailleurs ont même hauteur, sont égaux en solidité.

Il suit de-là qu'on réduira un prisme ou un cylindre quelconque en un parallélipipede rectangle, si après avoir réduit sa base en un rectangle, on la multiplie par sa hauteur. Voyez la réduction des figures planes (87 & suivans).

THÉORÊME II.

96. *Toutes pyramides & tous cônes droits ou obliques, qui ont des bases égales en surface, & qui ont d'ailleurs même hauteur, ont des solidités égales.* Par exemple, les pyramides & cônes T, V, X, Y & Z, ont des solidités égales; car Fig. 39.

nous ſuppoſons que leurs baſes ſont égales en ſurface, & que d'ailleurs leurs hauteurs AB, AB, &c. ſont égales entre elles.

On ſera convaincu de cette vérité ſi l'on fait attention qu'une pyramide quelconque X, peut être regardée comme la réunion d'une infinité de tranches infiniment minces qui diminuent en ſurface, de la même maniere, à meſure qu'elles approchent du ſommet; enſorte qu'une pyramide oblique Y, qui a même baſe & même hauteur que la premiere X, doit avoir autant de ces tranches; or, ſi l'on prend garde que les tranches, qui ſont dans l'une & dans l'autre pyramide, à de ſemblables diſtances de la baſe, ſont égales entr'elles, il s'enſuivra que les deux pyramides X & Y ſeront égales; puiſqu'elles en ont un pareil nombre: mais ce que nous diſons à l'égard des pyramides X & Y, peut s'appli-

Fig. 40.

quer à toutes autres pyramides, & à tous cônes droits ou obliques, qui ont des bases égales en surface, & qui ont d'ailleurs même hauteur; donc toutes pyramides & tous cônes droits ou obliques, qui ont des bases égales en surface, & qui ont d'ailleurs même hauteur, ont des solidités égales.

Nous verrons dans la leçon suivante, que toute pyramide ou tout cône, peut se réduire en un parallélipipede rectangle.

NEUVIEME LEÇON.

De la Comparaison de la Pyramide au Prisme.

THÉORÊME.

97. *La solidité d'une pyramide triangulaire, est égale au tiers de la solidité d'un prisme aussi triangulaire, de même base & de même hauteur.* Par exemple, la solidité

Fig. 41. de la pyramide *abcd*, N° 1, est égale au tiers de la solidité du prisme EFABCD.

Pour se convaincre de la vérité de cette proposition ; il ne faut que décomposer le prisme triangulaire EFABCD en trois pyramides égales.

Nous allons donc d'abord retrancher du prisme EFABCD, la pyramide ABCD qui est égale & semblable à la pyramide *abcd*, N° 1 ; alors le reste du prisme sera le solide *efabd*.

Ensuite nous retrancherons de ce solide, la pyramide *defa* égale & semblable à la pyramide *defa*, N° 2 ; alors le reste du prisme ne sera plus que le solide *afbd*, N° 3, qui est encore une pyramide.

Il nous reste à démontrer que ces trois pyramides N° 1, N° 2, & N° 3, sont égales entr'elles.

Il est aisé de voir que les deux premieres pyramides N° 1, & N° 2, sont égales ; puisqu'elles ont toutes deux même base &

même hauteur que le prisme. Ces deux pyramides sont donc égales.

Mais les pyramides N° 2, & N° 3, sont encore égales ; car prenant pour leurs bases, les triangles *fed*, N° 2, & *fbd*, N° 3, qui sont égaux, étant chacun la moitié d'une des faces du prisme ; & prenant pour leurs hauteurs les lignes *a*G & *a*H, qui sont aussi nécessairement égales, puisqu'elles peuvent être l'une & l'autre la hauteur du triangle *aef*, qui est une des bases du prisme ; donc puisque les hauteurs *a*G & *a*H de ces deux pyramides, sont égales aussi-bien que leurs bases *fed*, N° 2, & *fbd*, N° 3, il s'ensuit qu'elles sont égales entre elles, & par conséquent égales à la premiere N° 1 : mais de ce que ces trois pyramides égales N° 1, N° 2, & N° 3, prises ensemble, sont égales au prisme EFABCD, il s'ensuit que chacune d'elles en est le tiers : donc la solidité d'une pyramide triangulaire, est égale au tiers de la soli-

dité d'un priſme auſſi triangulaire de même baſe & de même hauteur.

Il ſuit de ce que nous venons de dire qu'une pyramide ou qu'un cône quelconque, eſt le tiers d'un priſme ou d'un cylindre quelconque de même baſe & de même hauteur. Cela eſt évident ; car la baſe d'une pyramide, d'un cône, priſme ou cylindre, étant une figure plane, elle peut toujours ſe réduire en triangle (87 & ſuivans) ; or elle devient baſe de pyramide ou de priſme triangulaire : donc une pyramide ou un cône quelconque, eſt le tiers d'un priſme ou d'un cylindre quelconque de même baſe & de même hauteur.

Cette vérité a lieu, ſoit que les pyramides, cônes, priſmes ou cylindres ſoient obliques ou qu'ils ne le ſoient pas.

Réduction de la Pyramide en un Parallélipipede Rectangle.

98. Il ſuit encore qu'on réduira une pyramide

pyramide ou un cône quelconque, en un parallélipipéde rectangle, si après avoir réduit sa base en un rectangle, on la multiplie par le tiers de sa hauteur.

Par exemple, on réduira une pyramide quelconque X, en un parallélipipéde Y; si on convertit sa base A en un rectangle BCDE qui lui soit égale en surface; & si la hauteur de ce parallélipipéde Y, n'est que le tiers de la hauteur de la pyramide X. Fig. 42.

Réduction de la Sphere en un Parallélipipéde Rectangle.

99. Il suit enfin que la solidité d'une sphere est égale à la solidité d'un parallélipipéde rectangle, dont la base est égale à la surface de cette sphère, & dont la hauteur n'est que le tiers de son rayon.

Il est aisé de se convaincre de cette vérité, si l'on fait attention à ce que nous avons dit (48), que la sphere n'étoit pas différente des corps pyramidaux, en ce

qu'on pouvoit la considérer comme composée d'une infinité de pyramides dont les bases étoient à sa surface, & dont les sommets étoient à son centre. Cela posé, il
Fig.43. est évident que la sphere X est égale à une pyramide *a*ABCD qui auroit pour hauteur le rayon *ab* de cette sphere, & pour base un rectangle ABCD égal à sa surface (91); car le rayon *ab* est la hauteur de chacune de ces petites pyramides élémentaires, & le rectangle ABCD peut représenter toutes leurs bases réunies: mais par ce que nous venons de dire, cette pyramide quadrangulaire *a*ABCD est égale à un parallélipipéde qui ayant même base, n'a que le tiers de sa hauteur: donc la solidité d'une sphere est égale à la solidité d'un parallélipipéde rectangle, dont la base est égale à la surface de cette sphere, & dont la hauteur n'est que le tiers de son rayon.

DIXIÉME LEÇON.

Des Figures semblables, & de leurs Propriétés.

100. Les figures sont appellées *semblables*, lorsque non-seulement, leurs angles correspondans sont égaux; mais encore lorsque leurs côtés homologues sont proportionnels (*a*); ainsi les figures ABCD & *abcd* sont semblables; parce que, non-seulement leurs angles correspondans A, *a*; B, *b*; C, *c*; & D, *d*; sont égaux; mais encore, parce que leurs côtés homologues AB, *ab*; BC, *bc*; CD, *cd*; & DA, *da*; sont proportionnels: c'est-à-dire, que le côté AB est au côté *ab*; comme le côté BC est au côté *bc*; comme le côté CD est au côté *cd*; & enfin, comme le côté DA est au côté *da*. Fig. 44

(*a*) Il n'est pas mal-à-propos de se rappeller ce que nous avons dit dans la troisieme & quatrieme Leçon de cette seconde Partie.

Les figures X & *x*, sont encore semblables; parce que leurs angles correspondans sont égaux, & parce que leurs côtés homologues sont proportionnels.

101. Il suffit dans les triangles semblables que leurs angles correspondans soient égaux; parce qu'alors leurs côtés homologues sont nécessairement proportionnels.

THÉORÊME.

102. *Toutes les lignes semblablement placées, ou semblablement tracées dans les figures semblables, sont proportionnelles aux côtés homologues de ces figures;* ainsi
Fig.45. les lignes BD & *bd* semblablement placées dans les figures semblables ABCD & *abcd*, sont proportionnelles aux côtés homologues de ces figures. Cela est évident; puisqu'elles peuvent être regardées comme les côtés homologues des figures semblables BCD & *bcd*.

On peut dire la même chose des lignes AB & *ab*, semblablement placées dans les figures semblables X & *x*; aussi bien que des lignes CD & *cd*; & ainsi de toutes autres lignes semblablement placées, ou semblablement tracées. Fig. 46.

Il suit de-là que deux lignes placées dans une figure, sont proportionnelles à deux autres lignes semblablement placées dans une autre figure semblable à la premiere. Par exemple, les lignes AB & CD sont proportionnelles aux lignes *ab* & *cd*; c'est-à-dire, qu'on a cette proportion AB : CD :: *ab* : *cd*; parce qu'on peut les regarder comme des côtés homologues, ou comme des lignes homologues dans les figures semblables X & *x*.

Les périmetres ou contours des figures semblables, sont proportionnels aux lignes semblablement placées dans ces figures; ainsi les périmetres ABCDA & *abcda* de ces deux figures semblables, Fig. 45.

ſont proportionnels aux lignes BD & *bd;* c'eſt-à-dire, qu'on a cette proportion ABCDA : BD :: *abcda : bd;* car on peut regarder ces périmetres comme des lignes qui ſont ſemblablement placées, ou ſemblablement tracées ; ou comme ſemblablement pliées ; effectivement le périmetre ABCD eſt plié en B, en C, & en D, de la même maniere que le périmetre *abcd* eſt plié en *b*, en *c*, & en *d*.

D'où il ſuit que les circonférences des cercles ſont proportionnelles à leurs diametres ; puiſqu'elles en ſont les périmetres, & que les diametres ſont des lignes ſemblablement placées dans les cercles.

Des Points ſemblablement placés.

103. On diſtingue encore dans les figures ſemblables, des points ſemblablement placés.

Les points ſont ſemblablement placés

dans les figures ſemblables; lorſqu'ils peuvent être conſidérés comme les extrêmités homologues de lignes ſemblablement placées. Par exemple, les points P & *p* ſont ſemblablement placés dans les figures ABCD & *abcd*; les points Q & *q* ſont encore ſemblablement placés dans les figures X & *x*; parce qu'ils peuvent être regardés comme les extrémités homologues de lignes ſemblablement placées. Fig. 44.

Rapport des Surfaces des Figures ſemblables.

104. Les ſurfaces des figures ſemblables ſont entr'elles comme les quarrés de leurs côtés homologues, ou comme les quarrés des lignes ſemblablement placées. C'eſt-à-dire que les ſurfaces ABCD & *abcd* ſont entr'elles, comme le quarré BCFE de la ligne BC, eſt au quarré *bcfe* de la ligne *bc*: par conſéquent, ſi la ſurface du quarré BCFE étoit double Fig. 45.

de la ſurface du quarré *bcfe*, il s'en ſuivroit que la ſurface ABCD ſeroit double de la ſurface *abcd*. On peut dire encore que les ſurfaces ABCD & *abcd* ſont entr'elles comme les quarrés des lignes BD & *bd*; ou comme les quarrés des lignes BA & *ba*, &c. (*a*).

Il ſuit de-là que les cercles ſont entr'eux comme les quarrés de leurs diametres; car les diametres ſont des lignes ſemblablement placées dans les cercles. Par exemple, les cercles X & *x* ſont entr'eux comme les quarrés de leurs diametres AB & *ab*; enſorte que ſi on ſuppoſe le diametre AB de *quatre pieds*, ſon quarré ſera *ſeize pieds-quarrés*; & ſi l'on ſuppoſe le diametre *ab* de *deux pieds*, ſon quarré ne ſera que *quatre pieds-quarrés*; on aura donc cette proportion X : *x* :: 16 : 4; ce qui ſignifie

Fig. 47.

(*a*) Nous ne donnerons pas la démonſtration de cette propoſition, parce qu'elle ſuppoſe une connoiſſance plus étendue dans les proportions, que celle que nous avons cru devoir donner.

que le cercle X eſt quatre fois auſſi grand que le cercle *x*, comme 16 eſt quatre fois auſſi grand que 4. Si l'on veut renverſer l'ordre, on aura cette autre proportion *x* : X :: 4 : 16; ce qui fait voir que le cercle *x* eſt la quatrieme partie du cercle X, comme 4 eſt la quatrieme partie de 16. D'où il ſuit que ſi l'on connoît la ſurface d'un de ces deux cercles, on connoîtra bientôt la valeur de l'autre (79).

Des Solides ſemblables & de leurs Pro riétés.

105. Les ſolides ſont appellés *ſemblables*, quand leurs ſuperficies homologues ſont des figures ſemblables, & que d'ailleurs ils en ont un pareil nombre. Par exemple, les ſolides X & *x* ſont ſemblables, de même que les ſolides Y & *y*. Fig. 48.

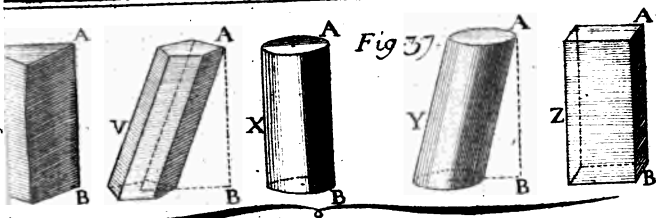
Les lignes ſemblablement placées dans les ſolides ſemblables, ſont proportionnelles aux côtés homologues de ces ſo-

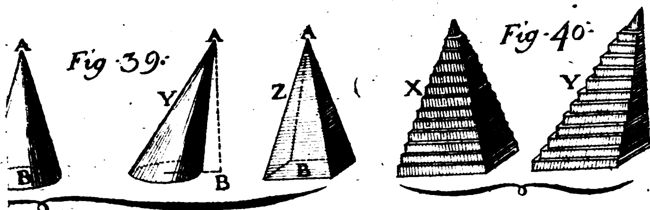
partie de 27. d'où il ſuit que ſi l'on connoît la ſolidité d'une de ces deux ſpheres, on connoîtra bientôt la valeur de l'autre (79).

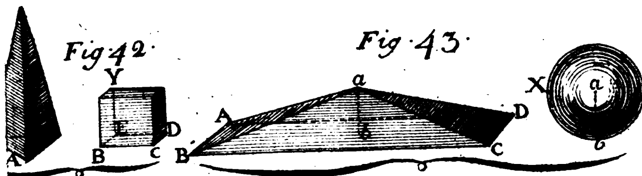
ONZIEME LEÇON.

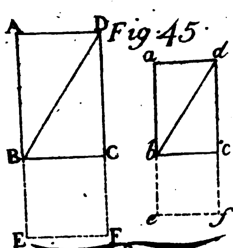
Egalité des Angles correſpondans, dans les Triangles dont les côtés ſont Paralleles.

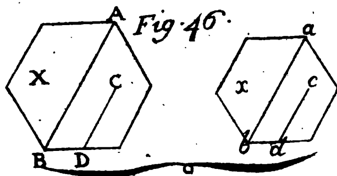
107. Les angles correſpondans des triangles, ſont néceſſairement égaux, ſi leurs côtés ſont paralleles. Ce qui eſt évident; parce que ces lignes ſont alors ſemblablement inclinées les unes à l'égard des autres; or on ſent bien que c'eſt la même inclinaiſon des lignes qui fait l'égalité des angles. Par exemple, les angles correſ-
Fig. 50. pondans des triangles A B C & *abc*, ſont néceſſairement égaux; parce que leurs côtés ſont paralleles. On peut dire la même choſe des triangles D E F & D*ef*, dont les côtés E F & *ef* ſont paralleles, & dont les autres côtés D E, D*e*; & D F,

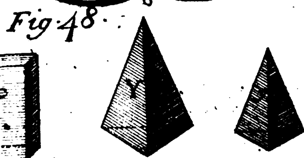

Fig 37
A
B
V
A
B
A
X
B
A
Y
B
A
Z
B

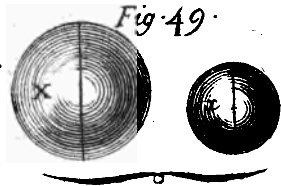

A
B
Fig 39
A
Y
B
A
Z
B
Fig 40
X
Y


A
Fig 42
Y
E
D
B
C
Fig 43
a
A
D
B
b
C
X
a
b


A
D
Fig 45
a
d
B
C
b
c
e
f
E
F


A
Fig 46
X
C
B
D
a
x
c
b
d


Fig 48
Y


Fig 49
X

Ang · Sc

D*f*, sont confondus ; ce qui est la même chose, à cet égard, que s'ils étoient paralleles.

Théorême Fondamental.

108. *La somme ou la réunion des trois angles d'un triangle tel qu'il soit, est égale à la demi-circonférence, ou à deux angles droits ;* ou ce qui est la même chose, *ces trois angles pris ensemble, ont pour mesure 180 degrés.*

Il est aisé de se convaincre de cette vérité ; & pour cela, soit proposé le triangle ABC. Je dis que les trois angles de ce triangle sont égaux à la demi-circonférence. Pour le prouver ; soit tirée par le sommet C du triangle ABC, la ligne indéterminée DE, parallele à la base AB. Cela posé ; si on fait mouvoir le triangle ABC, dans la direction de la ligne B*d*, de façon que le sommet de l'angle B, se trouve au point C, & que la base AB Fig. 51.

ſoit confondue avec la ligne *a* C, il arrivera que le triangle A B C prendra la place du triangle *a* C *d* qui, par l'hypotheſe, lui eſt néceſſairement égal ; par conſéquent l'angle *a* C *d* eſt égal à l'angle ABC. Si d'un autre côté, on fait mouvoir le triangle A B C, dans la direction de la ligne A *f*, de façon que le ſommet de l'angle A ſe trouve au point C, & que la baſe A B ſoit confondue avec la ligne C *b*, il arrivera que le triangle ABC prendra la place du triangle C *b f* qui lui eſt néceſſairement égal ; par conſéquent l'angle *f* C *b* eſt égal à l'angle C A B ; on voit donc que les deux angles A & B de la baſe AB du triangle ABC, ſeront appuyés ſur la ligne D E, & auront d'ailleurs leurs ſommets au même point C. Il reſte encore l'angle A C B ; mais cet angle eſt égal à l'angle *f* C *d* ; puiſqu'ils ſont oppoſés au ſommet (19) : les trois angles *a* C *d*, *f* C *b* & *f* C *d* réunis, ſont donc égaux aux

trois angles du triangle ABC, aussi réunis : Or si du point C comme centre, on décrit la demi-circonférence *ghi*, elle sera la mesure totale de ces trois angles ; mais ce que nous disons ici, du triangle ABC, est applicable à tout autre triangle : donc la somme ou la réunion des trois angles d'un triangle tel qu'il soit, est égale à la demi-circonférence ou à deux angles droits ; ou ce qui est la même chose, ces trois angles pris ensemble ont pour mesure 180 degrés.

109. Il suit de ce théorême que lorsqu'on connoît deux angles d'un triangle, on peut connoître facilement le troisieme ; car, si l'on retranche leur somme de 180 degrés, le reste sera la valeur de l'angle cherché. Par exemple, si deux angles connus sont tels que l'un ait 40 degrés, & l'autre 60 ; la somme de ces deux angles sera 100 degrés, qui étant retranchée de 180 degrés, donnera un reste de 80

degrés. Ce reste fait connoître que l'angle cherché est de 80 degrés.

Il suit encore de ce théorême, que si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles correspondans d'un autre triangle, ces triangles seront semblables (101); car le troisieme angle de l'un sera nécessairement égal au troisieme angle de l'autre.

Des Lignes Inaccessibles & de la Maniere de les mesurer.

110. Nous entendons par *lignes inaccessibles*, toutes lignes desquelles on ne peut approcher, ou même desquelles on ne peut atteindre que l'une des extrémités, soit qu'il y ait quelque obstacle, ou qu'on ne veuille pas se donner la peine de les mesurer à la toise, parce qu'elles seroient trop longues : telle pourroit être, par exemple, la longueur d'un mur qui seroit par de-là une riviere qu'on ne pourroit passer,

passer, ou la largeur d'une riviere, ou bien la distance du lieu que l'on occupe, à un autre lieu fort éloigné.

La plupart des lignes inaccessibles ne sont pas tracées, elles ne sont fort souvent que des lignes idéales, dont on ne peut fixer que les extrêmités. Par exemple, si dans la campagne, un homme X Fig. 52. conçoit un intervalle entre les deux arbres A & B, il est constant que cet intervalle peut être représenté par la ligne AB qui n'existant point, n'est par conséquent qu'une ligne idéale. Pareillement, si cet homme conçoit un intervalle entre son œil & le pied de l'arbre A, il est encore constant que cet intervalle peut être représenté par la ligne AX qui n'existant pas, est encore une ligne idéale. On peut dire la même chose à l'égard de la distance BX.

Quoique la plupart de ces lignes ne soient qu'idéales, cela n'empêche pas

qu'on ne puiſſe les meſurer, & qu'on ne puiſſe prendre la valeur des angles qu'elles forment.

C'eſt par la propriété des figures ſemblables qu'on parvient à cette ſorte de meſure, & c'eſt principalement la propriété des triangles ſemblables qu'on emploie ; parce que de toutes les figures angulaires, c'eſt la moins compliquée.

Avant de paſſer à l'application pratique, nous allons donner la deſcription d'un inſtrument qui ſert à prendre la valeur des angles.

Cet inſtrument s'appelle *graphometre*.
Fig. 53. C'eſt ordinairement un demi-cercle AB DA de leton ou de quelqu'autre matiere, dont la demi-circonférence *a*B*b* eſt diviſée en degrés. Il porte une aiguille aſſez forte EF, qu'on appelle *alidade*. Cette aiguille tourne ſur le centre C du demi-cercle ; elle ſert à marquer les degrés. Elle porte vers ſes deux extrémités, deux pla-

ques X & X percées pour diriger le rayon visuel ; ces plaques s'appellent *pinnules*. La ligne *ab* est le diametre de l'instrument. Sous cet instrument, il y a une virole Y aussi de leton, qui sert à le poser & à le retenir sur les piquets dont on fait usage dans opération. P représente la tête d'un de ces piquets (*a*).

Il faut remarquer que plus cet instrument est grand, plus l'opération est sûre ; attendu que les erreurs, s'il y en a, sont plus sensibles.

Passons maintenant à l'application pratique.

PROBLÊME.

111. *Connoître ou mesurer la distance d'un point A, à un arbre X, dont on ne peut approcher à cause de la riviere YZ.* Fig. 54.

(*a*) On fait des graphometres de différentes manieres. Nous choisissons celui-ci comme l'un des plus simples, & parce qu'il suffit pour faire entendre ce que nous avons à dire.

Solution. Placez un piquet en A, & à une distance B prise à volonté, placez-en un autre. Mesurez ensuite avec un pied ou avec une toise, cette distance A B, ce qui est très-facile à faire. Cette distance s'appelle *base* ; plus elle est grande plus l'opération est sûre ; nous la supposerons de 10 toises. Les points A & B s'appellent les *stations*. Cela fait.

Après avoir placé l'alidade sur le diametre du graphometre ; posez-le sur le piquet A ; disposez-le de maniere que vous puissiez voir par les trous des pinnules, l'extrêmité B de l'autre piquet ; de cette façon le diametre *ab* du graphometre, sera dans la direction de la base A B ; cela fait : tournez l'alidade *ef* jusqu'à ce que vous puissiez voir par les trous des pinnules, l'arbre X ; ensuite remarquez la quantité de degrés comprise entre l'extrêmité *b* du diametre & la pointe *f* de l'alidade. Cette quantité sera la valeur de

l'angle A. Nous la ſuppoſons de 60 degrés.

Après avoir fait cette ſtation, remettez l'alidade ſur le diametre du graphometre ; poſez-le ſur le piquet B ; diſpoſez-le de maniere que vous puiſſiez voir par les trous des pinnules le premier piquet A ; tournez enſuite l'alidade juſqu'à ce que vous puiſſiez voir par les trous des pinnules, l'arbre X ; alors la quantité de degrés compriſe entre le diametre & la pointe de l'alidade, du côté de la ſtation A, ſera la valeur de cet angle B. Nous la ſuppoſons de 90 degrés.

Il eſt aiſé de voir à préſent que nous venons d'établir un triangle ABX, dont la baſe AB nous eſt connue, puiſqu'elle eſt de 10 toiſes, & dont les deux angles appuyés ſur cette baſe nous ſont encore connus ; puiſque l'un A eſt de 60 degrés, & l'autre B eſt de 90 degrés ; d'où il ſuit néceſſairement, par ce que nous avons dit

au commencement de cette Leçon (109), que le troisieme angle X est de 30 degrés. Il nous reste à faire un triangle semblable à celui que nous venons d'établir, & l'opération sera finie.

Avant de passer à la méthode de faire un triangle semblable, nous allons donner la description de l'instrument, dont on se sert fort souvent pour cela.

Cet instrument qu'on appelle *rapporteur*, est un demi-cercle A B C A de leton ou de quelqu'autre matiere, dont la demi-circonférence *m* C *n* est divisée en degrés. Le diametre qui soutient cette demi-circonférence, est représenté par la ligne *m n*. Le centre est représenté par une petite échancrure C. Au moyen de cet instrument il ne sera pas difficile de faire un triangle semblable au triangle A B X.

Fig. 55.

Fig. 54.

Pour cela, ayant tiré sur le papier ou autrement la ligne *h i* que vous prenez pour base, il faut poser le rapporteur de

telle façon que vous puissiez appercevoir par la petite échancrure *c*, l'extrêmité *h* de la ligne *hi*, & que le diametre *mn* soit dans la direction de cette même ligne *hi*. Cela fait, il faut compter 60 degrés sur le rapporteur, du côté de l'extrêmité *i* de la ligne *hi*, & marquer un point *k* sur le papier à ce 60e degré; ensuite ôtez le rapporteur; alors par l'extrémité *h* de cette ligne *hi*, & par le point *k*, tirez la ligne indéterminée *hp*, par ce moyen vous aurez un angle *h* égal & correspondant à l'angle A de la premiere station; faites encore de la même maniere, à l'extrêmité *i* de la ligne *hi*, un angle *i* de 90 degrés, égal à l'angle B de la seconde station, & prolongez le côté de cet angle jusqu'à la rencontre *x* de la ligne *hp*, ce qui achevera le triangle *hix* semblable au triangle ABX.

Toutes ces opérations faites, il nous est très-facile de connoître la distance

inaccessible AX; car les triangles ABX & *hix* étant semblables, leurs côtés homologues sont proportionnels; on pourra donc établir cette proportion *hi* : *kx* :: AB : AX. Ce qui indique que la base *hi* est à son côté *hx*, comme la base AB est à son côté AX. Or si on divise ou si on partage avec un compas, en 10 parties égales, la base *hi*, & si l'on voit que la ligne *hx* contienne 20 de ces mêmes parties, on pourra établir cette nouvelle proportion, 10 parties : 20 parties :: 10 toises : AX; mais nous avons vu que dans toute proportion, le produit des extrêmes étoit égal au produit des moyens (77); par conséquent pour faire ce calcul, il faut faire une regle de trois (79); il faut donc multiplier les deux moyens 20 & 10, l'un par l'autre, ce qui donne 200 pour produit, qui divisé par 10, l'un des extrêmes, donnera 20 pour quotient qui sera la valeur du quatrieme terme AX.

Ce qui nous fait connoître que le petit triangle *hix* contient dans sa base *hi*, *dix parties*, & dans son côté *hx*, *vingt parties*; comme le triangle ABX contient dans sa base AB, *dix toises*, & dans son côté AX, *vingt toises*; donc la valeur de la ligne inaccessible AX est de vingt toises.

DOUZIEME LEÇON.

PROBLÊME.

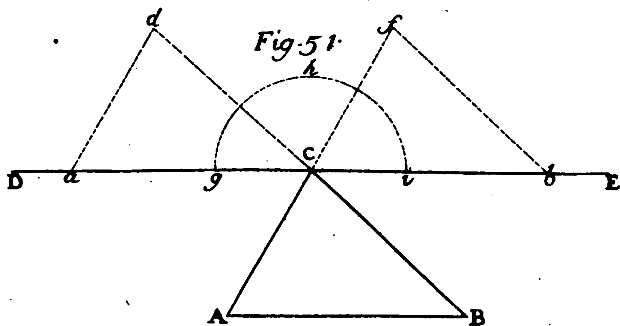
112. *Connoître ou mesurer la largeur d'une riviere.*

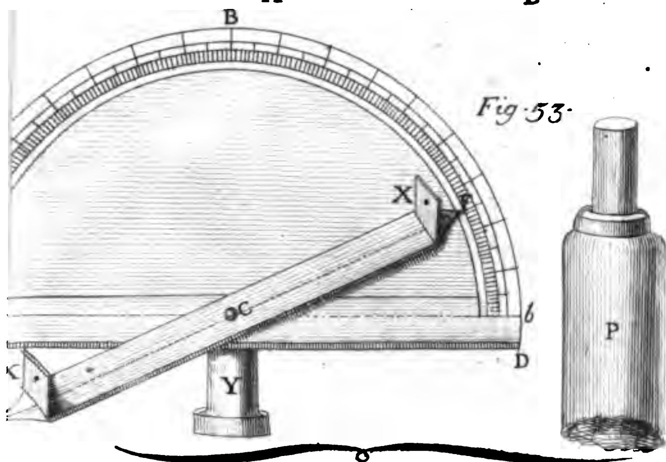
SOLUTION. Choisissez de l'autre côté de la riviere YZ, un endroit remarquable tel que le pied d'un arbre X; ensuite placez un piquet A vis-à-vis, de façon que la ligne AX représente la largeur de la riviere; cela fait, il faut placer un autre piquet au point B pris à volonté; ce qui établira le triangle ABX. Mesurez aussi Fig. 56.

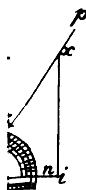
la base A B, prenez la valeur des angles A & B, & faites le triangle *abx* semblable au triangle ABX, comme dans le problême de la Leçon précédente. Cela posé.

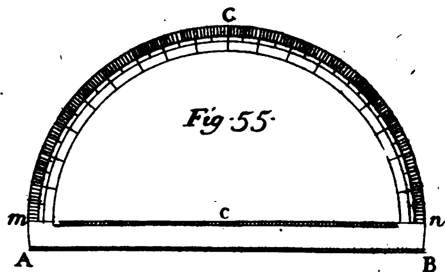
Si l'on suppose que la base AB soit de 6 toises, on divisera le côté *ab* du triangle *abx*, pris pour base, en 6 parties égales; ensuite si l'on voit avec un compas ou autrement que le côté *ax* du triangle *abx*, contienne 18 de ces parties, on établira cette proportion 6 : 18 :: 6 toises : AX. Après avoir fait le calcul, on trouvera que cette proportion se réduit à celle-ci 6 : 18 :: 6 toises : 18 toises. Ce qui fait connoître que la largeur AX de la riviere, est de 18 toises.

REMARQUE. On peut diviser la base *ab* du triangle *abx*, en tout autre nombre, quoique la base AB soit de 6 toises. Par exemple, on peut diviser cette ligne *ab* en 5 parties égales; alors le côté *ax* con-









Ang. Scot

tiendra 15 de ces parties, & l'on pourra établir cette proportion 5 : 15 :: 6 toises : 18 toises. Ce qui donne toujours 18 toises pour la largeur AX de la riviere ; parce que le produit des extrêmes est toujours égal au produit des moyens.

PROBLÊME.

113. *Connoître ou mesurer la longueur XY d'un mur, dont on ne peut approcher à cause d'un obstacle tel qu'une riviere RV.* Fig. 57.

SOLUTION. Il faut comme à l'ordinaire, placer un piquet en A & un en B, afin de pouvoir établir le premier triangle ABX, & son semblable *abx* ; il faut ensuite des deux mêmes stations, établir le second triangle ABY & son semblable *aby* ; ensorte que la base AB soit commune aux deux triangles ABX & ABY, & que la base *ab* soit commune aux deux autres triangles *abx* & *aby*. Dans ce cas,

on aura la figure *abycx* semblable à la figure ABYCX; or si l'on mene la ligne *xy*, elle sera semblablement placée par rapport à la figure *abycx*, que la longueur XY du mur l'est, par rapport à la figure ABYCX; ensorte que ces lignes *xy* & XY seront entr'elles, comme les côtés homologues de leurs figures (100 & 102); on pourra donc établir cette proportion *ab* : *xy* :: AB : XY.

Or si l'on suppose qu'après avoir mesuré la base AB, on l'ait trouvé de 20 toises, & qu'ayant divisé la base *ab* en 20 parties, on ait trouvé que la ligne *xy* contienne 30 de ces mêmes parties; alors on établira cette autre proportion 20 : 30 :: 20 toises : XY; de sorte, qu'ayant fait le calcul, on trouvera que la longueur XY du mur est de 30 toises.

PROBLÊME.

Fig. 58. 114. *Connoître ou mesurer la hauteur SE d'une montagne.*

SOLUTION. Après avoir connu par le moyen des deux ſtations A & B, & des triangles ſemblables A B S & *abs*, la longueur de la ligne A S, que nous ſuppoſons de 100 toiſes, il faut prendre cette ligne pour nouvelle baſe, & opérer de la maniere qui ſuit.

Diſpoſez le diametre *ab* du graphometre, par le moyen d'un niveau, de façon qu'il ſoit parallele au plat-pays (*a*), & que d'ailleurs le plan de l'inſtrument ſoit perpendiculaire à ce même plat-pays; cela fait, diſpoſez l'alidade *ef*, en ſorte que vous puiſſiez voir par les trous des pinnules, le ſommet S de la montagne, & remarquez l'angle compris entre le diametre *ab* & la pointe *f* de l'alidade *ef*. Nous ſuppoſons cet angle de 30 degrés. Cela poſé, on fait ce raiſonnement. La hau-

(*a*) Nous entendons par *plat-pays*, la ſurface ſenſiblement plane qui eſt aux environs d'une montagne, & ſur laquelle il ſemble que cette montagne ſoit poſée.

teur de la montagne eſt néceſſairement perpendiculaire au plat-pays, par conſéquent l'angle ACS eſt un angle droit ou de 90 degrés; or ſi l'on ajoute ces 90 degrés à 30 degrés, ces deux angles A & C feront enſemble une ſomme de 120 degrés; mais ayant ôté cette ſomme de 180 degrés, valeur des trois angles du triangle, il reſte 60 degrés pour la valeur de l'angle ASC.

On connoît donc la baſe AS de 100 toiſes, & les deux angles appuyés ſur cette baſe, dont l'un A eſt de 30 degrés, & l'autre S de 60 degrés; il eſt donc facile de faire par la méthode du problême de la précédente Leçon, le triangle *acs* ſemblable au triangle ACS. Enſuite diviſant la ligne *as* priſe pour baſe, en 100 parties égales, & voyant que la ligne *cs* contient 50 de ces mêmes parties, on peut établir cette proportion, 100 : 50 :: 100 toiſes : SC. Ce qui fait connoître que la

ligne S C eſt de 50 toiſes ; à laquelle quantité ajoutant la hauteur du piquet A P, égale à la ligne C E, que nous ſuppoſons de 5 pieds, on aura 50 toiſes plus 5 pieds pour la hauteur totale de la montagne.

PROBLÊME.

115. *Connoître ou meſurer une diſtance inacceſſible A X, ſans le ſecours d'un graphometre.* Fig. 59.

SOLUTION. Après avoir placé un piquet en A & un en B, & avoir meſuré cette baſe A B que je ſuppoſe de 3 toiſes, il faut placer un troiſieme piquet en C, enſorte qu'on puiſſe voir dans la même direction, l'objet X & les deux piquets A & C. Il faut faire la même choſe à la ſeconde ſtation B ; c'eſt-à-dire, placer un quatrieme piquet en D, de façon que l'objet X ſoit dans la même direction que les piquets B & D ; cela fait. Il faut du piquet C tendre un fil ou une ficelle, à un cin-

quieme piquet E, de façon que cette ficelle CE ſoit parallele à la ligne BDX; ce qui eſt très-facile à faire. Alors on aura établi les deux triangles ſemblables ABX & AEC; puiſque leurs côtés ſont paralleles (107 & 101); on aura donc cette proportion AE : AC :: AB : AX.

Mais on connoît AB qui eſt de 3 toiſes. Il eſt facile de connoître AE que je ſuppoſe de 1 toiſe, & le côté AC que je ſuppoſe de 2 toiſes; de façon qu'on a cette proportion 1 toiſe : eſt à 2 toiſes :: 3 toiſes : AX. Après avoir fait le calcul, on trouvera que AX eſt égale à 6 toiſes. On voit par-là qu'on a meſuré la diſtance inacceſſible AX, ſans qu'il ait été néceſſaire de ſe ſervir d'un graphometre.

De la Carte.

116. La *carte* d'un pays eſt l'image ou la repréſentation de ce pays. La méthode qu'on emploie pour lever une carte, ne conſiſte

consiste qu'à faire une figure semblable au pays dont il est question, & à placer semblablement sur cette figure, certains points remarquables, comme les villes, les villages, les hameaux, &c. enfin à placer ou à tracer semblablement certaines lignes, comme le contour d'une ville, les chemins, les rivieres, &c.

PROBLÊME.

117. *Lever la carte d'un pays;* par exemple, *lever la carte d'un pays renfermé dans le rectangle ABCD.* Fig. 60.

SOLUTION. Après avoir pris à volonté la base XY, & l'avoir mesurée très-exactement, il faut établir des triangles, comme dans le problême de la leçon précédente, dont les sommets se terminent aux points remarquables qu'on veut placer sur la carte. Ayant donc établi sur le terrein le premier triangle XYB, il faut faire son triangle semblable *xyb*, & regarder le
N° 1. & N° 2.

côté *xy* comme la baſe. Il faut établir de la même maniere le triangle XYC & ſon ſemblable *xyc*; le triangle XYD & ſon ſemblable *xyd*; enfin le triangle XYE & ſon ſemblable *xye*.

Mais ſi après ces opérations, on s'apperçoit qu'on ne peut établir un triangle qui ait ſon ſommet à la montagne M, & qui ait d'ailleurs pour baſe la ligne XY, parce que ce triangle ſeroit trop allongé, ce qui le rendroit ſuſceptible d'erreur : dans ce cas, on peut prendre pour baſe le côté connu de quelque triangle. Par exemple, on peut prendre le côté XE, & le regarder comme une nouvelle baſe; alors de la ſtation X & de la nouvelle ſtation E, on peut établir le triangle XEM & ſon ſemblable *xem*.

Si l'on s'apperçoit encore après cette opération qu'on ne peut établir un triangle qui ait ſon ſommet au village A & qui ait d'ailleurs pour baſe la ligne XE,

parce que ce village ne peut être apperçu de la station X, à cause de la montagne M. Dans ce cas, on peut, en prenant pour base le côté EM que l'on connoît, & des deux nouvelles stations E ou M, établir le triangle EMA & son semblable *ema*. Cela fait, si on mene les lignes *ab*, *bc*, *cd* & *da*, elles formeront le rectangle *abcd* semblable au rectangle AB CD du terrein, dont les points *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *m*, *x*, *y*, & A, B, C, D, E, M, X, Y, seront semblablement placés, puisqu'ils sont les extrêmités de ligne aussi semblablement placées (103).

La ligne BYD qui borde d'assez près la riviere RV, sert à déterminer, au moyen de la ligne *byd* semblablement tracée, le cours de cette riviere RV sur le terrein, & son image *rv* sur notre carte.

118. Remarque. Comme la direction du cours de cette riviere RV, se trouve être à peu près selon les lignes BY & YD,

on en a profité; mais si, par événement, on n'avoit pas eu les côtés BY & YD de nos triangles, il auroit fallu en établir exprès.

N° 1. & N° 3. Après avoir fait toutes ces opérations, on efface sur la carte tous les triangles semblables à ceux qu'on avoit établis sur le terrein; ensorte qu'on ne laisse sur cette carte, que les points *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *m*, *x*, *y*, & la trace *r v* de la riviere R V; on efface même la base qu'on place à l'endroit le plus commode; & c'est cette base PQ, ainsi placée qu'on appelle *échelle*.

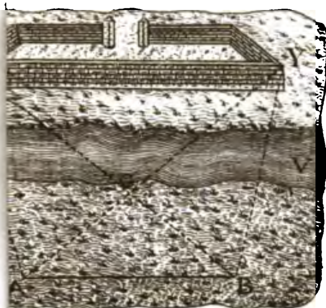
119. Puisque cela est ainsi, l'échelle PQ est donc à toutes les distances sur la carte, comme la base XY est à toutes les distances sur le terrein; car cette échelle & cette base étant ou devant être regardées comme semblablement placées; elles sont proportionnelles à toutes les distances homologues qui sont nécessairement semblablement placées sur la carte & sur le terrein.

D'où il suit que si l'on donne une valeur à la base X Y, par exemple, si l'on lui donne la valeur de 1000 toises, il sera facile de connoître la distance d'un point quelconque à un autre. Supposons donc qu'on veuille connoître la distance du point X au point D. Pour cela, il faut voir sur la carte combien la ligne *xd* contient de fois l'échelle P Q; or si l'on voit qu'elle la contienne deux fois, on fera ce raisonnement ou cette proportion, l'échelle PQ est contenue deux fois dans la ligne *xd*, comme la base X Y est contenue deux fois dans la ligne XD; ce qui fera juger que la distance XD est de 2000 toises; d'où l'on pourra conclure que l'échelle PQ représentera 1000 toises sur notre carte, comme la base X Y représente 1000 toises sur le terrein.

Méthode Pratique pour se servir de l'Echelle.

120. Il faut diviser l'échelle en plusieurs parties. Par exemple, en *demie*, en *quart*, en *huitieme*, &c. Nous supposerons toujours que cette échelle représente 1000 toises. Cela posé. Ouvrez un compas de façon qu'il comprenne l'échelle entre ses pointes ; alors portant cette ouverture de compas, sur une distance quelconque dans la carte, il peut arriver trois cas. 1°. La distance peut être égale à l'ouverture du compas. 2°. Elle peut être plus petite. 3°. Elle peut être plus grande. (Voyez ce que nous avons dit de la mesure des lignes (82).) I. CAS. Si la distance est égale à l'ouverture du compas, on jugera qu'elle est de 1000 toises. II. CAS. Si la distance est plus petite, on jugera qu'elle ne contient pas 1000 toises; alors on fermera le compas jusqu'à ce qu'il ren-

Fig. 57.



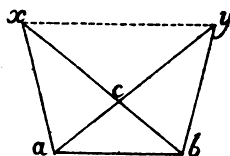


Fig. 59.

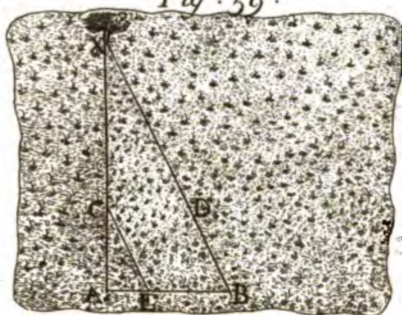
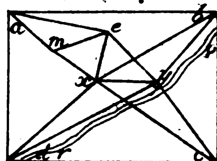
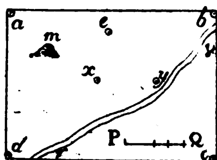


Fig. 60.

n°. 2.



n°. 3.

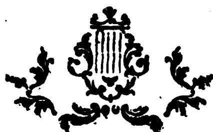


Ang. Scot

ferme entre ses pointes, une ou plusieurs des divisions de l'échelle. Par exemple, la *demie*; ensuite voyant que cette nouvelle ouverture est égale à la distance qu'on se propose de mesurer, on jugera qu'elle n'est que de 500 toises. III. CAS. Si la distance est plus grande que l'échelle, on jugera qu'elle contient plus de 1000 toises. Par exemple, si l'on peut porter deux fois l'ouverture du compas, égale à l'échelle, sur la distance à mesurer, sans qu'il y ait un reste, on jugera, comme nous venons de le dire, que cette distance est de 2000 toises; mais si l'on s'apperçoit qu'il y a un reste plus petit que l'échelle, il faudra fermer de nouveau le compas, ensorte que son ouverture soit égale à une ou à plusieurs de ses divisions. Par exemple, à un *quart*; & portant cette nouvelle ouverture sur ce reste, si l'on s'apperçoit qu'elle lui est égale, on jugera que la distance totale est de 2250 toises.

Remarque. Ce que nous avons dit de l'échelle, peut faire connoître qu'il ne faut pas juger de la grandeur d'un terrein, par rapport à la grandeur d'une carte; car une très-petite carte peut représenter un fort grand terrein, de même qu'une très-grande carte peut ne représenter qu'un très-petit terrein: on voit donc que pour en juger il faut avoir recours à l'échelle.

Notre intention étant de donner quelques idées de la carte générale, c'est-à-dire, de l'image de la terre & des eaux sur la surface d'un globe, nous avons cru n'en devoir parler qu'après avoir donné une légere idée de l'Univers.





LEÇONS
DE GÉOMÉTRIE,
Pour servir d'Introduction à l'Etude de la Sphere & de la Géographie.

TROISIEME PARTIE.
Abrégé du Systême de Ptolomée, & quelques rapports de la Terre avec les Cieux, appliqués à la Géographie.

PREMIERE LEÇON.
De l'Univers.

121. On entend par *Univers*, non-seulement cet espace immense qui nous environne, mais encore ces masses énormes

qu'il renferme. Les différentes contemplations des hommes ont produit différens systêmes (*a*) sur cette vaste machine.

Abrégé du Systême de Ptolomée.

122. Le systême de Ptolomée est l'explication des simples apparences des mouvemens de l'Univers, tels qu'on peut les considérer sans beaucoup de réflexion.

Par ce systême, le centre du globe de la terre est le même que celui de l'Univers où les planetes sont renfermées. La *lune* est la planete la plus proche de la terre ; après elle c'est *mercure* ; après mercure, *vénus* ; ensuite le *soleil*, *mars*, *jupiter* & *saturne*. Les étoiles qui sont encore beaucoup plus éloignées que Saturne, sont fixées intérieurement à une immense surface sphérique qu'on appelle *ciel des étoiles fixes* ou *firmament*. C'est

(*a*) Un systême est un ordre ou un arrangement supposé pour expliquer quelque chose.

à cette ſurface ſphérique que nous voyons les Étoiles pendant la nuit ; mais que nous ne pouvons appercevoir pendant le jour, à cauſe de l'éclat éblouiſſant du Soleil.

Indépendamment du ciel des étoiles fixes, chaque planete a encore ſon ciel particulier, qu'on appelle *ciel de la lune*, *ciel de mercure*, *ciel de vénus*, *ciel du ſoleil* & ainſi des autres planetes. Ces cieux ſont ſphériques & concentriques ; en ſorte qu'ils ont tous pour centre commun, le centre de la terre. Tous ces cieux ſont repréſentés par la figure premiere.

Quoique l'on n'ait tracé dans cette Fig. 1. figure que des circonférences, pour repréſenter les cieux de chaque planete, il faut néanmoins les regarder comme des ſurfaces ſphériques & concentriques. C repréſente le centre de la terre ; T repréſente le globe de la terre ; L la lune & ſon ciel ; M mercure & ſon ciel ; V

vénus & ſon ciel ; S le ſoleil & ſon ciel ; R mars & ſon ciel ; J jupiter & ſon ciel ; N ſaturne & ſon ciel ; A B D A repréſente le ciel des étoiles fixes.

Toutes les planetes ſont ſphériques. De toutes les planetes, il n'y a que le ſoleil qui ſoit lumineux ; les autres étant des corps opaques qui ne reçoivent la lumiere que de lui.

On appelle *diſque* d'une planete, la partie de ſa ſurface qui eſt tournée vers nous ; ainſi l'on dit *le diſque du ſoleil, le diſque de la lune*, pour exprimer la partie de leur ſurface tournée vers nous.

Le firmament qu'on appelle encore *premier mobile*, tourne ſur lui-même en *vingt-quatre* heures, à-peu-près. Il entraîne par cette révolution, toutes les étoiles fixes ; puiſqu'elles y ſont attachées. Il entraîne auſſi par ſa rapidité, tous les cieux & les planetes, c'eſt-à-dire la lune, le ſoleil &c. La terre ſeule demeure im-

mobile au centre de ce mouvement; d'où il ſuit que les étoiles & les planetes tournent autour de la terre, en *vingt-quatre* heures, à-peu-près. Ce mouvement s'appelle *général* ou *journalier*. C'eſt ce mouvement qui fait que les étoiles & les planetes ſe levent & ſe couchent tous les jours. Le côté où elles ſe levent s'appelle *l'orient*; le côté où elles ſe couchent s'appelle *l'occident*.

Outre le mouvement général, chaque planete a encore un mouvement particulier qu'on appelle *mouvement propre*. Chaque planete éprouve ce mouvement d'occident en orient, dans ſon ciel particulier. Elles ont chacune des vîteſſes plus ou moins grandes; c'eſt pourquoi les unes achevent plutôt le tour de leur ciel que les autres.

Une planete emportée par ſon mouvement propre, engendre dans ſon ciel, par la trace de ſon centre, une circon-

férence qu'on appelle *orbite de la planete* ; alors si l'on conçoit qu'un plan, passant par le centre de la terre, & par tous les points de cette circonférence, s'étende d'ailleurs jusqu'au ciel des étoiles fixes, ce plan engendrera par son intersection, dans ce ciel, une autre circonférence, qu'on appelle *orbite apparente* de la planete.

Quand les hommes considérent le mouvement propre des planetes, il leur semble que chacune de ces planetes décrit dans le ciel des étoiles fixes, cette derniere circonférence ou orbite apparente ; il leur semble même que chaque planete est contiguë à ce ciel, quoiqu'elles en soient toutes à des distances fort éloignées & fort inégales.

Nous allons considérer le mouvement propre du soleil & celui de la lune ; nous considérerons aussi leurs orbites pour parvenir à la connoissance des éclipses de

ſoleil & de lune. Nous n'entrerons point dans un long détail, afin de ne pas nous éloigner de ce que nous nous propoſons.

Le ſoleil par ſon mouvement propre acheve le tour de ſon orbite, qu'on appelle l'*écliptique*, en *trois cent ſoixante-cinq* jours, environ. La lune acheve le tour de ſon orbite en *vingt-ſept* jours, environ. La lune a donc un mouvement propre bien plus prompt que celui du ſoleil. D'où il ſuit qu'elle s'en éloigne d'occident en orient, juſqu'à ce qu'elle lui ſoit diamétralement oppoſée; enſuite elle s'en rapproche, toujours d'occident en orient, juſqu'à ce qu'elle l'ait rencontré.

Mais la lune qui eſt vingt-ſept jours à faire le tour de ſon orbite, ne rencontre le ſoleil qu'après *vingt-neuf jours & demi*, environ. Cela vient de ce que le ſoleil parcourt, environ, vingt-ſept degrés de ſon écliptique, pendant que la lune parcourt ſon orbite; en ſorte que la lune arrivant

au point dont elle étoit partie, trouve le ſoleil plus à l'orient de vingt-ſept degrés. Il lui faut, environ, deux jours pour les parcourir, ce qui fait vingt-neuf jours; mais pendant ce temps le ſoleil eſt encore avancé de deux degrés ; c'eſt donc, environ, *vingt-neuf jours & demi* de temps que la lune emploie d'une rencontre du ſoleil à l'autre.

Fig. 2. Quand la lune LV eſt du même côté que le ſoleil SO, & que d'ailleurs elle n'en eſt éloignée ni vers l'orient, ni vers l'occident, elle eſt dite en *conjonction* ou *nouvelle lune :* quand au contraire, la lune eſt en X, de l'autre côté que le ſoleil SO, & qu'elle n'en eſt pas plus diſtante vers l'orient que vers l'occident, elle eſt dite en *oppoſition* ou *pleine lune.*

Quand la lune eſt en conjonction, ou ce qui revient au même, quand la lune eſt nouvelle, elle ne nous donne pas de lumiere ; parce que ſon côté éclairé LV eſt tourné

tourné vers le soleil. Au contraire, quand la lune est en opposition, ou ce qui revient au même, quand la lune est pleine; elle nous donne beaucoup de lumiere; parce que son côté éclairé X, est tourné vers nous, ou parce que son disque est entiérement éclairé.

Des Eclipses de Soleil.

123. Il sembleroit, par ce que nous venons de dire, que quand la lune est en conjonction, nous ne devrions pas jouir de la lumiere du soleil ; parce qu'alors étant placée entre le soleil & nous, elle devroit l'éclipser. C'est pourtant ce qui n'arrive pas toujours. Nous allons en examiner la raison.

Le plan de l'orbite de la lune, fait avec le plan de l'écliptique, un angle de *cinq degrés*, environ; d'où il suit que l'orbite apparente de la lune coupe l'écliptique apparente, dans le ciel des étoiles fixes,

en deux points. Voyez ce que nous avons dit de l'interſection des grands cercles d'une ſphere (55 & ſuivans). Ces deux points d'interſection s'appellent *nœuds de la lune.*

Quand les diſques apparens du ſoleil & de la lune ſont en même temps, à l'un de ces nœuds, ou quand ils en ſont aſſez proches, il y a *éclipſe de ſoleil*; mais lorſque les diſques apparens du ſoleil & de la lune en ſont ſuffiſamment éloignés, il n'y a pas d'éclipſe.

Les Eclipſes de Soleil ne peuvent arriver que lorſque la Lune eſt en Conjonction.

124. Quand la lune eſt en conjonction; il peut arriver que ſon diſque apparent couvre entiérement celui du ſoleil; alors l'éclipſe eſt *totale* : il peut arriver qu'il ne le couvre qu'en partie; alors l'éclipſe eſt *partiale* : il peut arriver

enfin, qu'il ne le couvre pas; alors il n'y a point d'éclipse.

Nous avons marqué dans cette figure deuxieme, la trace de l'écliptique apparente ACBDA, & la demi-trace AFB de l'orbite apparente de la lune, afin qu'on puisse se représenter plus facilement les noeuds A & B. Nous y avons aussi marqué le disque apparent *s* du soleil & le disque apparent *l* de la lune, tels qu'on pourroit se les représenter, vus du centre *c* de la terre. Ce qui indique le lieu du ciel, où le soleil & la lune paroissent, par rapport à ce point. Fig. 2.

Quand le centre du disque apparent *l* de la lune arrive au nœud A, ou fort près, en même temps que le disque apparent *s* du soleil, il y a *éclipse totale*; parce qu'alors la lune LV étant placée entre la terre T & le soleil SO, elle en intercepte les rayons. N° 1.

Si le centre du disque apparent *l* de la

lune & le centre du disque apparent *s* du soleil répondent exactement, au même instant, au nœud A, on dit que l'éclipse est *centrale*; parce qu'alors les centres du soleil SO, de la lune LV, & le centre *c* de la terre T, sont dans la même ligne. Cette ligne AB est l'intersection du plan de l'orbite apparente de la lune, avec le plan de l'écliptique apparente.

Remarquez que le soleil & la lune ne conservent pas toujours la même distance, à l'égard de la terre; ils en sont quelquefois plus proches, & quelquefois plus éloignés; parce que chacune de leurs orbites n'est pas tout-à-fait concentrique avec la terre; d'où il suit que dans leur plus grand éloignement de la terre, leur disque doit paroître plus petit, & qu'au contraire quand ils en sont plus proches, leur disque doit paroître plus grand. Or si dans le temps d'une éclipse centrale, le soleil est suffisamment proche & la

lune ſuffiſamment éloignée de la terre, pour que ſon diſque paroiſſe plus petit que celui du ſoleil ; dans ce cas, elle ne pourra éclipſer ſes bords ; en ſorte que le ſoleil paroîtra, pour cet inſtant, comme une bordure autour du diſque apparent de la lune, ou comme un anneau. On appelle ces ſortes d'éclipſes, *éclipſes annulaires*.

Si le diſque apparent *s* du ſoleil & le diſque apparent *l* de la lune, ſont ſuffiſamment éloignés du nœud A ; en ſorte que le diſque apparent *l* de la lune ne puiſſe couvrir qu'une partie du diſque apparent *s* du ſoleil ; alors on dit que l'éclipſe eſt *partiale* ; parce qu'en effet le ſoleil n'eſt éclipſé qu'en partie. N° 2.

Si le diſque apparent *s* du ſoleil & le diſque apparent *l* de la lune ſont ſuffiſamment éloignés du nœud A ; en ſorte que la lune L ne puiſſe intercepter aucune partie de la lumiere du ſoleil S ; alors il n'y N° 3.

a pas d'éclipse; parce que les deux demi-diametres des disques apparens *s* & *l* du soleil & de la lune sont plus petits, pris ensemble, que l'ouverture de l'angle sphérique *s*A*l* (57) ; car il faut remarquer que cet angle va toujours en s'agrandissant jusqu'aux points D & F, pris à égale distance des nœuds A & B. C'est en cet endroit que les points correspondans de l'orbite apparente de la lune & de l'écliptique apparente, sont les plus éloignés qu'il soit possible. Cet éloignement est marqué par l'arc DF.

Des Eclipses de Lune.

125. Nous avons marqué dans cette figure troisieme, la trace de l'écliptique apparente AFBHA, & la demie trace AGB de l'orbite apparente de la lune, afin qu'on puisse toujours se représenter plus facilement les nœuds A & B. Cela posé.

Fig. 3.

Si un corps sphérique plus petit que

le ſoleil, eſt éclairé de ſes rayons, il occaſionnera une ombre qui aura la figure d'un cône. Par exemple, ſi la terre T qui eſt plus petite que le ſoleil S, eſt éclairée de ſes rayons, elle occaſionnera l'ombre *abc* qui aura la figure d'un cône.

Si un autre corps ſphérique paſſe dans cet ombre & qu'il y ſoit tout-à-fait enveloppé, il doit perdre ſa lumiere. Par exemple, ſi la lune L paſſe dans cet ombre *abc*, & qu'elle y ſoit tout-à-fait enveloppée, elle doit perdre ſa lumiere; parce qu'alors les rayons du ſoleil ne pourront parvenir juſqu'à elle, étant interceptés par le globe de la terre T. C'eſt cette privation de lumiere pour la lune, qui fait l'*éclipſe de lune*.

Il eſt à propos de remarquer que le centre du ſoleil ne quitte jamais le plan de l'écliptique; puiſqu'elle eſt engendrée par la trace de ſon centre: & que le centre de la terre ne quitte jamais ce plan;

puisque le centre de la terre & celui de l'écliptique ne sont qu'un. D'où il suit que l'axe T *b* du cône d'ombre *abc*, est toujours dans le plan de l'écliptique, & qu'il y a toujours une moitié du cône d'un côté, & une moitié de l'autre côté de ce plan. Cette section est prise depuis le sommet *b* du cône, jusqu'au diametre *ac* de sa base.

Il faut encore remarquer que lorsque le centre du disque apparent *s*, N°. 1, du soleil, se trouve au nœud A, le prolongement *b* B de l'axe du cône d'ombre, se trouve au nœud opposé en B (*a*); que quand le disque apparent du soleil, se trouve en *s*, N°. 2, le prolongement de l'axe du cône d'ombre se trouve en D; & que quand le disque apparent du soleil

(*a*) Dans cette figure troisiéme, nous avons marqué deux fois chaque numéro; pour faire connoître que ce qui est marqué depuis *s*, N° 1, jusqu'en B, appartient au N° 1; que ce qui est marqué depuis *s*, N° 2, jusqu'en D, appartient au N° 2; enfin, que ce qui est marqué depuis *s*, N° 3, jusqu'en E, appartient au N° 3.

ſe trouve en *s*, N°. 3, le prolongement de l'axe du cône d'ombre ſe trouve en E; ainſi de ſuite. On voit que dans toutes ces poſitions, l'axe du cône d'ombre ne quitte jamais le plan de l'écliptique.

Il ne faut pas oublier que le plan de l'orbite de la lune, fait avec le plan de l'écliptique, un angle de *cinq degrés*, à peu près. Cet angle eſt marqué par l'arc FG.

Ce que nous venons de dire, étant poſé, paſſons à l'examen des éclipſes de lune.

Les éclipſes de Lune ne peuvent arriver que lorſque la Lune eſt en oppoſition.

126. Quand la lune eſt en oppoſition, il peut arriver que l'ombre de la terre la prive de toute la lumiere qu'elle reçoit du ſoleil; alors l'éclipſe eſt *totale* : il peut arriver que cette ombre ne la prive qu'en partie; alors l'éclipſe eſt *partiale* : il peut

arriver enfin, qu'elle ne l'en prive point; alors il n'y a point d'éclipse.

N° 1. Quand le disque apparent *l* de la lune, arrive au nœud, ou fort près du nœud B, dans le temps que l'axe T *b* de l'ombre *abc* de la terre, prolongé, y arrive aussi, ou assez près, l'éclipse est *totale*; parce qu'alors la terre T étant placée entre le soleil S & la lune L, elle en intercepte les rayons.

On voit donc que l'axe prolongé de l'ombre de la terre ne peut arriver à l'un des nœuds B, que lorsque le centre du disque apparent *s* du soleil, est au nœud opposé A.

Si le prolongement de l'axe de l'ombre répondoit exactement au nœud, dans le même instant que le centre du disque apparent de la lune; alors on diroit que l'éclipse de lune seroit *centrale*; parce que l'axe de l'ombre passeroit par le centre de la lune.

Remarquez qu'il n'y a pas d'éclipſe annulaire de lune, parce que l'ombre de la terre eſt toujours beaucoup plus grande que le diſque de la lune.

Si le centre du diſque apparent *l* de la lune & le prolongement juſqu'en D, de l'axe de l'ombre de la terre, étoient ſuffiſamment éloignés du nœud; enſorte que la lune ne fut enveloppée qu'en partie dans l'ombre; alors on diroit que l'éclipſe de lune ſeroit *partiale*; parce qu'en effet elle ne ſeroit privée qu'en partie de la lumiere qu'elle reçoit du ſoleil. N° 2.

Si le centre du diſque apparent *l* de la lune & le prolongement juſqu'en E, de l'axe de l'ombre de la terre, étoient ſuffiſamment éloignés du nœud, de façon que la lune puiſſe être entiérement éclairée par le ſoleil; alors il n'y auroit pas d'éclipſe. N° 3.

Toutes les fois que le ſoleil ou la lune ſont éclipſés entiérement, ne fuſſe que pour un inſtant, on dit que l'éclipſe eſt

totale. Ce qui peut arriver lors même que l'éclipſe n'eſt pas centrale.

L'inſtant auquel le ſoleil ou la lune commencent à être éclipſés, s'appelle *immerſion* ; le temps pendant lequel ils ſont l'un ou l'autre totalement éclipſés, s'appelle *immerſion totale* ; l'inſtant où ils commencent à recouvrer leur lumiere, s'appelle *émerſion* ; enfin l'inſtant auquel l'un ou l'autre recouvre tout-à-fait ſa lumiere, s'appelle *émerſion totale*.

Propriété très-importante des Eclipſes de Lune.

127. Quand la lune commence à être éclipſée totalement, ſa lumiere eſt perdue au même inſtant, pour tous les habitans de la terre qui pourroient la voir, ſi elle ne l'étoit pas ; & l'inſtant où elle recouvre ſa lumiere eſt encore le même pour tous ceux qui peuvent l'appercevoir. Cela vient de ce qu'elle eſt abſolument privée de lu-

miere, pendant ſon immerſion totale. Il n'en eſt pas de même des éclipſes de ſoleil. Nous nous ſervirons dans peu de cette propriété des éclipſes de lune.

On auroit pu ajouter bien d'autres particularités, à l'égard des éclipſes de ſoleil & de lune : mais ce n'eſt pas ce que nous nous propoſons. Nous n'avions même beſoin que des éclipſes de lune ; cependant nous n'avons pas cru devoir nous occuper des unes, ſans parler des autres.

SECONDE LEÇON.

De quelques Moyens pour parvenir à tracer l'image de la Terre, ſur la ſurface d'un Globe (a).

128. On ne pourroit tracer l'image de la ſurface de la terre, ſur la ſurface d'un globe, ſi l'on ne prenoit avant quelques connoiſſances de certains cercles dont les

(a) On fait ordinairement ce globe, en carton.

plans s'étendant jusqu'au ciel des étoiles fixes, passent d'ailleurs par le centre de la terre. Nous parlerons seulement des trois principaux, qui sont l'*équateur*, l'*horison* & le *méridien*.

Nous considérerons la terre comme un corps parfaitement sphérique, sans entrer dans le détail des preuves qu'on peut donner de sa sphéricité.

De l'Equateur.

129. Lorsque les astres sont emportés par le mouvement journalier, il y a deux points dans le ciel des étoiles fixes, qui sont dans un parfait repos, tandis que tous les autres points font leur révolution; or si un nouveau point pris dans le ciel, à égale distance de ces deux points immobiles, est emporté par ce mouvement, il est constant qu'il décrira une circonférence dans le ciel: alors un plan terminé par cette circonférence, passera nécessairement

par le centre de la terre ; puiſqu'elle eſt concentrique au ciel des étoiles fixes. C'eſt ce plan ou ce cercle qu'on appelle *équateur*.

Il eſt évident que ce cercle paſſant ainſi par le centre de la terre, diviſe l'univers en deux hémiſpheres. L'un eſt appellé *hémiſphere ſeptentrional* & l'autre *hémiſphere méridional*. Le premier eſt celui dans lequel nous habitons, l'autre lui eſt oppoſé.

Une ligne droite menée d'un point immobile à l'autre, paſſe néceſſairement par le centre de la terre ; cette ligne eſt appellée l'*axe de* l'*univers*, l'*axe du monde* ou l'*axe de* l'*équateur*. Elle eſt néceſſairement perpendiculaire à l'équateur (53).

Les deux points immobiles dont nous venons de parler, deviennent par ce moyen, les extrêmités de cet axe. Ils ſont appellés *les poles de* l'*univers*, *les poles du monde* ou *les poles de* l'*équateur*. L'un d'eux eſt appellé *pole ſeptentrional*, & l'autre *pole*

méridional. Le premier eſt dans l'hémiſphere ſeptentrional ; le ſecond eſt dans l'hémiſphere méridional. Quand on dit poles ſans déſigner leſquels, il faut toujours entendre les poles de l'équateur.

De l'Horiſon.

130. L'*horiſon* eſt un cercle dont le plan paſſant par le centre de la terre, s'étend d'ailleurs juſqu'au ciel des étoiles fixes; en ſorte qu'il diviſe l'univers en deux hémiſpheres. L'un eſt appellé *hémiſphere ſupérieur*, & l'autre *hémiſphere inférieur.* L'hémiſphere ſupérieur eſt la partie de l'univers qui eſt de notre côté, & dont nous pouvons voir le ciel ; l'hémiſphere inférieur eſt la partie de l'univers qui eſt ſous nos pieds, & qui nous eſt totalement inviſible.

Le point qui répond verticalement dans le ciel, au-deſſus de notre tête, eſt l'un des poles de l'horizon ; on l'appelle le

le *zénith*. Un autre point dans le ciel, diamétralement opposé à celui-ci, & par conséquent sous nos pieds, est l'autre pole de l'horizon ; on l'appelle le *nadir*.

Une ligne droite menée de l'un à l'autre pole, s'appelle *axe de l'horison*. On voit que cet axe passe nécessairement par le centre de la terre. Il est nécessairement perpendiculaire à l'horizon.

Du Méridien.

131. *Le méridien* est un cercle dont le plan passant par le centre de la terre, s'étend d'ailleurs jusqu'au ciel des étoiles fixes. Son plan passe par l'axe de l'horizon & par l'axe de l'équateur ; d'où il suit que le méridien est nécessairement perpendiculaire à l'horizon & à l'équateur (58). Ce cercle s'appelle *méridien* ; parce que quand le soleil y est parvenu à midi, il marque la moitié du jour.

L'axe du méridien se trouve donc né-

cessairement dans le plan de l'horizon & dans le plan de l'équateur. C'est la ligne d'intersection de ces deux cercles. Ce qu'on entendra facilement quand on aura vu la figure que nous allons donner de ces trois cercles.

Les extrémités de cette ligne sont les poles du méridien. Le pole qui est du côté où le soleil se leve, s'appelle l'*orient vrai* ou simplement l'*orient*; le pole qui est du côté où le soleil se couche, s'appelle l'*occident vrai* ou simplement l'*occident*.

Figure de ces trois Cercles.

Fig. 4. 132. Le cercle ABCD représente l'équateur; EBFD, l'horizon; AEZFN le méridien; & T représente le globe de la terre. SM représente l'axe de l'équateur; S & M sont les poles de l'équateur: ZN représente l'axe de l'horison; Z & N sont les poles de l'horison. BD représente l'axe du méridien; B & D sont les poles du méridien.

Réflexion sur ces trois Cercles.

133. Les plans de ces cercles s'étendant jusqu'au ciel des étoiles fixes, & passant d'ailleurs par le centre de la terre, engendrent chacun deux circonférences. L'une par l'intersection de leur plan avec la surface du ciel, & l'autre par l'intersection du même plan avec la surface de la terre.

On donne très-souvent à ces circonférences le nom de leurs cercles. Par exemple ; la circonférence de l'équateur, dans le ciel, s'appelle l'*équateur céleste ;* la circonférence de l'équateur, sur la terre, s'appelle l'*équateur terrestre ;* ainsi des autres.

Les axes de ces cercles marquent deux points dans le ciel, & deux points sur la terre : les deux premiers, par leurs extrémités ; ce sont *les poles célestes ;* les deux autres, par leur entrée & par leur sortie à l'égard de la terre ; ce sont *les poles ter-*

reſtres ; en ſorte qu'on dit ordinairement *le pole ſeptentrional céleſte, le pole ſeptentrional terreſtre ;* ainſi des autres.

La partie de l'axe de l'univers, compriſe dans le globe de la terre, s'appelle l'*axe de la terre.*

Variations à l'égard de deux de ces Cercles.

134. ÉQUATEUR. De ces trois cercles il n'y a que l'équateur qui n'éprouve aucune variation, ni aucun changement à l'égard de la terre. Il n'en eſt pas de même de l'horizon & du méridien.

HORIZON. De ce que le pole ſupérieur de l'horizon ou le zénith, répond verticalement au-deſſus de notre tête, il s'enſuit que ſi nous changeons de lieu, nous devons changer d'horiſon ; car il eſt impoſſible que nous changions de place, ſans que ce point n'en change auſſi, autrement il ne répondroit plus au-deſſus de notre tête. Nous pouvons donc conclure que

lorsqu'un homme voyage, il change à chaque instant d'horizon.

MÉRIDIEN. Mais le méridien passant par l'axe de l'horizon, comme nous venons de le dire, doit toujours être perpendiculaire à cet horizon; d'où il suit qu'en changeant d'horizon, on doit changer de méridien, pourvu cependant, qu'on ne voyage pas de l'un à l'autre pole de la terre; car si l'on voyageoit dans cette direction, on changeroit à la vérité à chaque instant, d'horizon; mais on ne changeroit pas pour cela de méridien. Cela vient de ce que le plan du méridien est dirigé de l'un à l'autre pole.

De la Boussole.

135. On place quelquefois sur les globes & sur les cartes géographiques, un petit cercle NESO, qu'on appelle *boussole*, sur lequel on marque les points de l'horizon. Nous nous contenterons de donner ici, les quatre principaux. N mar- Fig. 5.

que *le nord* ou *le ſeptentrion* ; S marque *le ſud* ou *le midi* ; E marque l'*eſt* ou l'*orient* ; O marque l'*oueſt* ou l'*occident*. On appelle ordinairement ces quatre points N, S, E, O, *les quatre points cardinaux*. Revenons à notre objet.

Avant que d'expoſer les moyens pratiques de tracer l'image de la terre, il eſt à propos de la conſidérer ſous différens points de vue.

D'abord étant perſuadé de ſa ſphéricité, on doit être convaincu qu'un globe pourra la repréſenter, puiſqu'on aura pour lors deux ſolides ſemblables ; par conſéquent ſi l'on trace des lignes & qu'on place des points ſur ce globe, de la même maniere qu'ils peuvent être ſur la terre, les lignes indiqueront les traces, & les points indiqueront les lieux, de la même maniere que ſi l'on les voyoit vraiment ſur la ſurface de la terre.

Enſuite ſi l'on conſidere la circonfé-

rence de l'équateur terreſtre ; on doit la regarder comme une ligne circulaire AB CD placée ſur le globe X, de la même maniere qu'elle l'eſt en effet, ſur la ſurface de la terre ; & on doit regarder les poles S & M, comme des points placés ſur le globe X, de la même maniere qu'ils le ſont auſſi, ſur la ſurface de la terre. On appelle quelquefois cette circonférence de l'équateur terreſtre, *la ligne*. Fig. 6.

L'équateur ainſi conſidéré devient la baſe de nos opérations pour tracer l'image de la terre ſur la ſurface d'un globe.

Il faut ſe ſouvenir qu'on eſt convenu de diviſer toute circonférence en *trois cens ſoixante degrés* (3e & 4e leçon, 1e partie) ; par conſéquent nous regarderons la circonférence de l'équateur comme diviſée en *trois cens ſoixante degrés.*

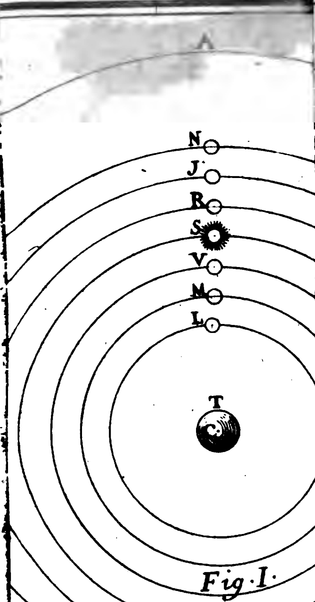
Imaginons encore qu'il paſſe de degré en degré, une demi-circonférence de méridien ; enſorte que chacune de ces demi-

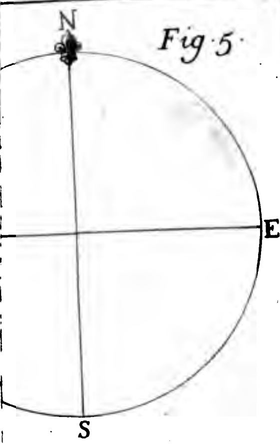
circonférences, commence à l'un des poles & se termine à l'autre. On appelle ordinairement ces demi-circonférences, *demi-méridiens*. On peut donc dire que l'équateur est coupé par les demi-méridiens, & qu'il y en a *trois cens soixante* ; puisqu'ils passent de degré en degré. Si on veut se les représenter, on peut jetter les yeux sur la figure 7e.

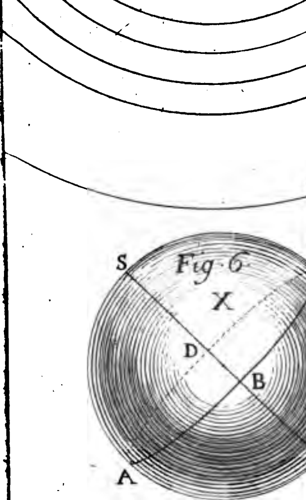
On auroit pu imaginer un nombre beaucoup plus grand de demi-méridiens ; car il y en a autant qu'il y a de points dans l'équateur, c'est-à-dire une infinité : mais on est convenu de les compter de degré en degré, de minute en minute, &c.

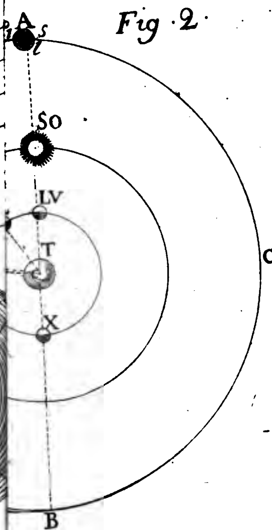
Il faut concevoir chacun de ces demi-méridiens, comme divisé en *cent quatre-vingt degrés* ; ce qui ne doit point souffrir de difficulté ; puisque si la circonférence étoit entiere, elle en contiendroit *trois cens soixante*.

Il y a donc *quatre-vingt-dix degrés* de









Ang. Scot

chaque demi-méridien de l'un & de l'autre côté de l'équateur ; puiſque ces demi-méridiens ſe terminent à l'un & à l'autre pole de l'équateur, & que les poles d'un cercle ſont à *quatre-vingt-dix degrés* de ſa circonférence (54).

Des Longitudes.

136. La quantité de degrés qu'il y a d'un demi-méridien à un autre, s'appelle *la longitude*. On la compte ſur la circonférence de l'équateur, d'occident en orient. On auroit pu la compter autrement ; mais on eſt dans l'uſage de la compter de cette façon ; en ſorte que, par exemple, ſi l'on vouloit connoître la longitude du demi-méridien *SbM*, par rapport au demi-méridien *SaM*, il faudroit ſavoir combien il y a de degrés ſur l'équateur ABC, de *a* en *b*, & ſi l'on ſuppoſe qu'il y ait *quarante degrés*, on dira que le demi-méridien *SbM*, eſt à quaran- Fig. 7.

te degrés de longitude du demi-méridien SaM.

Remarques. On ne peut compter les longitudes qu'après avoir fixé & adopté un demi-méridien, par rapport auquel on compte tous les autres. Nous regarderons, ici, le demi-méridien SaM, comme étant fixé & adopté pour estimer la longitude des autres.

Tous les points d'un demi-méridien sont au même degré de longitude, par rapport au demi-méridien fixé. Par exemple, les points u, x, d, b, c, y; sont au même degré de longitude; parce qu'ils sont tous dans le même demi-méridien. On peut encore dire que tous ces points u, x, d, b, c, y, sont à pareil degré de longitude des points m ou n, qu'ils le sont du point a; parce que les points m & n, sont dans le même demi-méridien que le point a.

Il ne faut pas confondre le demi-méri-

dien fixé & adopté, avec celui qui passe par le premier degré; car pour compter celui-ci, il faut qu'il soit séparé du premier, *d'un degré;* or s'il est ainsi séparé de ce premier, il ne peut être le même; il est donc à un degré de longitude du demi-méridien fixé & adopté.

Si l'on continue de compter les demi-méridiens de degré en degré, on verra que celui qui passe par le *trois cens cinquante-neuvieme degré* est encore séparé du demi-méridien fixé, *d'un degré*, & que le *trois cens soixantieme* se confond exactement avec le demi-méridien fixé & adopté; parce que c'est le terme dont on étoit parti pour les compter; en sorte qu'on peut dire que le premier demi-méridien & le dernier sont le même.

Des Latitudes.

137. La quantité de degrés comprise entre l'équateur & un point pris sur un

demi-méridien, s'appelle *la latitude.* On la compte sur chaque demi-méridien, en allant de l'équateur vers les poles; en sorte qu'il y a deux especes de latitude. *La latitude septentrionale* qui se compte vers le pole septentrional; & *la latitude méridionale* qui se compte vers le pole méridional.

Fig. 7. Il suit de-là que si on veut connoître la latitude du point *d*, il faut savoir la quantité de degrés comprises de *b* en *d*; & si elle est de *trente degrés*, on dira que le point *d* est à *trente degrés* de latitude: mais remarquant qu'on les a comptés vers le pole septentrionale S, on dira que le point *d* est à *trente degrés* de latitude septentrionale: au contraire on dira que le point *c* est à *trente degrés* de latitude méridionale; parce qu'on a compté les *trente degrés*, vers le pole méridional M.

Remarquez que les points d'un même demi-méridien sont nécessairement tous à

différentes latitudes, & que leur latitude eſt d'autant plus grande qu'ils s'éloignent de l'équateur, en ſe rapprochant des poles. Remarquez encore que quand deux points d'un demi-méridien, ont un même nombre de degrés de latitude, il faut néceſſairement que la latitude de l'un ſoit ſeptentrionale, & que la latitude de l'autre ſoit méridionale.

On donne fort ſouvent le nom de *méridiens*, aux demi-méridiens dont nous venons de parler. Par exemple, au lieu de dire *le demi-méridien de Paris*, on dit fort ſouvent *le méridien de Paris*, & ainſi des autres.

TROISIEME LEÇON.

Suite des Moyens pour parvenir à tracer l'image de la Terre ſur la Surface d'un Globe.

138. Avant de paſſer aux moyens pratiques de tracer l'image de la ſurface de

la terre, sur la surface d'un globe, nous allons établir le théorême suivant.

THÉORÊME.

139. *La latitude d'un lieu est égale à l'élévation du pole sur l'horizon de ce lieu.*

Pour le prouver; nous supposerons que
Fig. 8. ECF représente l'horizon; que ACB représente l'équateur; que AEZFMA représente le méridien; & que ZN est l'axe de l'horizon, & SM l'axe de l'équateur. Cela posé; l'arc BZ sera la latitude du point Z, & l'arc ES sera l'élévation du pole sur l'horizon EF, dont Z est le pole. Il faut donc démontrer que l'angle ZCB qui marque la latitude, est égal à l'angle ECS qui marque l'élévation du pole.

Pour cela. Je dis, l'angle ZCE est un angle droit, puisqu'il est formé par l'axe & par le plan de l'horizon (53 & 54), l'angle SCB est encore droit, puisqu'il est formé

par l'axe & par le plan de l'équateur ; ces deux angles ZCE & SCB sont donc égaux, puisqu'ils sont droits ; mais l'angle ZCS est commun à ces deux angles, par conséquent si on le retranche de part & d'autre, les restes seront égaux ; donc l'angle ZCB est égale à l'angle ECS ; mais l'angle ZCB marque la latitude & l'angle ECS marque l'élévation du pole ; donc la latitude d'un lieu est égale à l'élévation du pole sur l'horizon de ce lieu.

Il suit de-là que si l'on connoît l'élévation du pôle sur l'horizon, on connoîtra aussi la latitude, puisqu'elle lui est égale.

Considération de la Terre par rapport au Ciel.

140. Le globe de la terre dont la grandeur est si considérable par rapport à nous, devient très petit lorsqu'il est comparé avec l'immensité des cieux ; ensorte qu'on peut le regarder dans cette vaste étendue,

comme un point imperceptible, & même on peut, sans erreur sensible, regarder un point quelconque de sa surface comme étant le centre de l'Univers.

Il y a pourtant des cas où l'on a égard à la grosseur de la terre; mais cette considération convient plutôt à l'Astronomie qu'à ce que nous nous proposons.

De l'Etoile Polaire.

141. Dans l'hémisphere septentrional, il y a une étoile qu'on appelle *étoile polaire*, à cause de sa proximité du pole. Elle eut été d'une grande commodité, si elle se fût trouvée exactement au pole, mais elle n'y est pas; elle en est éloignée de deux degrés, à peu près: d'où il suit qu'elle décrit tous les jours une petite circonférence dans le ciel, à cause du mouvement journalier. Car les étoiles décrivent autour des poles, des circonférences d'autant plus petites, qu'elles en sont

ſont plus proches, & d'autant plus grandes, qu'elles en ſont plus éloignées.

Cette étoile décrivant tous les jours une petite circonférence, doit paſſer deux fois dans le méridien; une fois à deux degrés au-deſſus du pole, & une fois à deux degrés au-deſſous.

Cette étoile eſt à la queue de la petite ourſe. La *petite ourſe* eſt une conſtellation, c'eſt-à-dire, un aſſemblage d'étoiles. Cette conſtellation s'appelle encore le *ſeptentrion*, de ce qu'elle eſt compoſée principalement de ſept étoiles. L'étoile polaire eſt une des plus claires.

Maniere de reconnoître l'Etoile Polaire.

142. Preſque tout le monde connoît une conſtellation ABCDEFG compoſée de ſept étoiles très claires, que les gens de la campagne appellent *le charriot de David*, ou ſimplement *le charriot*. En effet, cette conſtellation reſſemble Fig. 9.

assez à un charriot, si l'on prend pour le corps du charriot les quatre étoiles A, B, C, D, & pour le timon les étoiles D, E, F, G. C'est cette constellation que les Astronomes appellent *la grande ourse.* Or, si l'on imagine une ligne de B en A, & qu'on la suppose prolongée du côté A, cette ligne ainsi prolongée passera fort près de l'étoile polaire P, qui est à la queue de la petite ourse, & qui d'ailleurs est très facile à reconnoître, parce qu'elle est assez claire, & que ses voisines N, M, K, L, ne le sont pas à beaucoup près autant qu'elle. Les deux étoiles H & I sont encore assez claires. La petite ourse HIKLMNP est ainsi appellée à cause de sa ressemblance avec la grande ourse dont nous venons de parler.

De la Méridienne.

143. *La méridienne* est une ligne dirigée de l'un à l'autre pole, sur une partie

de la ſurface de la terre ; en ſorte que ſi elle étoit prolongée de l'un & de l'autre côté juſqu'aux poles, elle ne différeroit pas du demi-méridien. Cette ligne ſert principalement à indiquer l'heure de midi du lieu où elle eſt tracée. C'eſt pour cela qu'on l'appelle méridienne.

Maniere de tracer une Méridienne.

144. Après avoir diſpoſé horizontalement un plan par le moyen d'un niveau ; telle pourroit être, par exemple, une table de pierre X bien plate & bien horizontale, il faut décrire une circonférence ABGD ſur ce plan ou ſur cette table ; & élever une ligne perpendiculaire au-deſſus, par le moyen d'un fil EF & d'un plomb F, de façon que le prolongement de l'axe de ce fil EF, paſſe par le centre C de cette circonférence. On ſoutient ce fil par le moyen d'une petite barre de fer recourbée Y, ou autrement. Il faut Fig. 10.

encore que la table X soit placée de telle maniere qu'elle puisse recevoir le soleil, trois heures avant midi, & trois heures après midi, ou environ. Cela posé, il faut faire deux petites opérations.

La premiere est d'arrêter à un point du fil, & à une hauteur convenable, un grain de chapelet *a*, ou autre chose semblable; en sorte que vers les neuf heures du matin son ombre réponde sur la circonférence tracée; ensuite il faut faire une marque sur cette circonférence, au lieu où répond l'ombre. Nous supposerons que l'ombre du matin est au point A.

La seconde opération est d'aller à cette table, avant trois heures de l'après-midi, pour attendre que l'ombre du grain de chapelet soit sur la circonférence. Il faut avoir soin de marquer encore le lieu de l'ombre. Nous supposerons que l'ombre de l'après-midi est au point B.

Cela fait ; il faut partager en deux parties égales avec un compas, l'arc compris entre le point A & le point B ; & par le point d'interſection M, & par le centre C, il faut mener la ligne MC, qu'on peut prolonger d'un bout à l'autre de la table, telle que la ligne PN ; alors cette ligne ſera la méridienne cherchée.

Il eſt aiſé de ſe convaincre que la ligne MC ou PN eſt la méridienne ; car les neuf heures du matin ſont autant éloignées de midi, que les trois heures du ſoir (on ſuppoſe ici, que l'ombre étoit ſur la circonférence, exactement à neuf heures du matin). En général, il eſt évident qu'il doit ſe paſſer autant de temps depuis l'inſtant de l'ombre ſur la circonférence, avant midi, que depuis midi juſqu'au retour de l'ombre ſur la circonférence ; puiſque le Soleil dans ces deux inſtans, doit être à la même hauteur ſur l'horizon : donc en prenant la moitié de cet arc, on

doit avoir un point de la méridienne ; mais le point C, est encore un point de la méridienne ; puisqu'il est dans l'axe de l'horizon, représenté par l'axe du fil vertical, & que l'axe de l'horizon est dans le méridien : donc en menant la ligne M C, on doit avoir la méridienne cherchée ; ou bien en la prolongeant comme la ligne P N.

Si on éleve perpendiculairement une verge de fer, ou de quelqu'autre matiere, à l'extrêmité de cette ligne, du côté du Soleil, il est constant que quand il sera parvenu dans le plan du demi-méridien, la verge effacera par son ombre la méridienne. Elle indiquera par ce moyen l'heure de midi.

Nous n'entrerons pas dans un plus long détail à l'égard de la méridienne, afin de ne pas nous éloigner de notre objet.

Nous allons donner la maniere de prendre la latitude, de-là nous passerons à la maniere de prendre la longitude.

Maniere de prendre l'élévation du Pole, ou maniere de prendre la Latitude.

145. Pour prendre l'élévation du pole, il faut fixer un graphometre (*a*) de façon que son plan soit confondu dans le plan vertical de la méridienne. Ce plan est le même que celui du demi-méridien. Il faut d'ailleurs que le diametre de l'instrument soit horizontal, ce qui est facile à faire par le moyen d'un niveau. Cela fait ; il faut choisir une nuit où l'étoile polaire se trouve une fois au-dessus & une fois au-dessous du pole (*b*). Ensuite il faut atten-

(*a*) Dans ces sortes d'opérations, il est bon de se servir autant qu'il est possible, d'un très-grand graphometre.

(*b*) Cette observation ne se peut faire avec facilité que depuis le commencement du mois de Décembre, jusqu'à la moitié du mois de Janvier suivant, ou environ, pour la latitude de Paris. Ceux qui ont une plus grande latitude, ont plus de temps pour la faire ; parce que leurs nuits d'hiver sont plus longues que celles de Paris : par une raison contraire, ceux qui ont une moindre latitude, n'ont qu'un temps plus court ; parce que leurs nuits d'hiver sont plus courtes.

dre que l'étoile polaire ſoit dans le méridien ; ce qui ſe juge quand on peut l'appercevoir par les trous des pinnules ; alors il faut remarquer le nombre de degrés compris entre le diametre de l'inſtrument & la pointe de l'alidade.

Il faut attendre de nouveau ; & dans l'inſtant du ſecond paſſage de l'étoile polaire dans le méridien, on doit remarquer encore le nombre de degrés ſur le graphometre. On doit trouver quatre degrés, à peu près, de différence de l'une à l'autre obſervation. Ce qui fait connoître que l'étoile polaire eſt éloignée du pole de deux degrés, à peu près ; car ces quatre degrés peuvent être regardés comme le diametre de la petite circonférence décrite par l'étoile ; or, le pole étant néceſſairement au centre de cette circonférence, l'étoile n'en doit être éloignée que du rayon ; mais le rayon d'une circonférence dont le diametre eſt *quatre*, doit

être *deux* ; puiſqu'un rayon eſt la moitié du diametre ; donc trouvant quatre degrés de différence dans ces deux obſervations, on doit conclure que l'étoile polaire eſt à deux degrés du pole.

Il ſuit de-là que ſi l'on retranche deux degrés du plus grand nombre de degrés des deux obſervations, le reſte ſera néceſſairement la valeur de l'angle compris entre l'horizon & l'axe de l'équateur, ou bien ce reſte ſera l'élévation du pole. Au contraire ſi l'on ajoute deux degrés au plus petit nombre de degrés des deux obſervations, la ſomme ſera néceſſairement la valeur de l'angle compris entre l'horizon & l'axe de l'équateur, ou bien cette ſomme ſera l'élévation du pole ; d'où il ſuit qu'on aura la latitude du lieu de l'obſervation ; puiſque la latitude eſt égale à l'élévation du pole.

Il y a d'autres moyens pour prendre la latitude d'un lieu ; mais nous nous contenterons de celui-ci.

Réflexions sur la Latitude.

146. Un homme qui voyage vers le septentrion, voit s'élever le pole septentrional sur son horizon, à mesure qu'il avance; mais pour que ce pole s'éleve *d'un degré* de plus qu'il ne l'étoit au lieu de son départ, il faut que cet homme fasse *vingt-cinq lieues* dans cette direction : au contraire si cet homme voyageoit vers le midi, il verroit le pole septentrional s'abaisser *d'un degré* sur son horizon, à mesure qu'il feroit *vingt-cinq lieues*, dans cette autre direction. On peut tirer de cette vérité une conséquence bien importante pour la mesure de la terre.

Tour ou Circuit de la Terre.

147. Un homme qui voyage vers le septentrion ou vers le midi, décrit nécessairement par la trace de son voyage, une partie de la circonférence du méridien terrestre. Il en décriroit la circonfé-

rence entiere, si continuant son chemin, il revenoit au point dont il étoit parti. Les *vingt-cinq lieues* que cet homme fait sont réellement la valeur d'un degré du méridien terrestre; puisqu'à mesure qu'il les fait vers le septentrion, il voit le pôle s'élever sur son horizon, & qu'il le voit s'abaisser d'un degré à mesure qu'il les fait vers le midi. Mais ce méridien terrestre doit avoir *trois-cens-soixante degrés*, comme les autres circonférences; d'où il suit qu'en multipliant *vingt-cinq lieues* par *trois-cens-soixante*, on aura *neuf mille lieues* pour la circonférence entiere du méridien terrestre. Or, la terre étant un corps sphérique, elle doit avoir des circonférences égales à celle du méridien, en tel sens qu'on veuille les prendre; d'où l'on peut conclure que le méridien ayant *neuf mille lieues* de circonférence, la terre doit avoir nécessairement *neuf mille lieues* de tour ou de circuit.

Diametre & Rayon de la Terre.

148. La terre ayant *neuf mille lieues* de circuit, il eſt facile de connoître ſon diametre; car on ſait que toute circonférence eſt à ſon diametre, comme *vingt-deux* eſt à *ſept* (73); par conſéquent on peut établir cette proportion, 22 eſt à 7, comme 9000 lieues, circuit de la terre, ſont à ſon diametre. Si l'on fait le calcul on trouvera que le diametre de la terre eſt de 2863 *lieues* $\frac{14}{22}$. Or, ſi l'on veut regarder cette fraction $\frac{14}{22}$, comme un entier, on pourra dire que le diametre de la terre eſt de 2864 *lieues*; on pourra dire auſſi que le rayon de la terre eſt de 1432 *lieues*; puiſqu'un rayon eſt la moitié du diametre.

Surface de la Terre.

149. Nous avons vu (91) que la ſurface d'une ſphere étoit égale à un rectan-

gle, qui ayant pour base, le développement de la circonférence d'un de ses grands cercles, avoit pour hauteur son diametre. Cela posé, on peut regarder 9000 *lieues*, circuit de la terre, comme la base de ce rectangle, & 2864 *lieues*, diametre de la terre, comme sa hauteur. On verra après avoir multiplié ces deux grandeurs l'une par l'autre, que leur produit est 25776000 *lieues-quarrées*; on peut donc dire que la surface du globe de la terre, est de *vingt-cinq-millions-sept-cens-soixante-seize-mille lieues-quarrées*.

Solidité de la Terre.

150. Nous avons vu (99) que la solidité d'une sphere étoit égale à sa surface multipliée par le tiers de son rayon. Or nous pouvons regarder les 25776000 *lieues-quarrées*, surface de la terre, comme le multiplicande; & les 477 *lieues* & $\frac{1}{3}$ qui sont le tiers de 1432 *lieues*, rayon de la

terre, comme le multiplicateur; alors le produit ſera 12303744000 *lieues-cubes.* On peut donc dire que la ſolidité de la terre eſt de *douze billions trois-cens-trois millions ſept-cens-quarante-quatre mille lieues-cubes.*

Ayant examiné les dimenſions de la terre, revenons à notre objet qui eſt de tracer l'image de ſa ſurface, ſur la ſurface d'un globe; & pour cela, conſidérons les demi-méridiens relativement au mouvement journalier du ſoleil.

Des demi-Méridiens conſidérés relativement au mouvement journalier du Soleil.

151. Lorſque le ſoleil ſuit ſon mouvement journalier, il fait le tour de la terre en *vingt-quatre heures*; d'où il ſuit qu'il doit paſſer par tous les demi-méridiens; il doit donc paſſer par *trois-cens-ſoixante demi-méridiens*, en cet eſpace de temps, ſi l'on conçoit qu'ils ſont à un degré l'un de

l'autre : or on eſt convenu de les compter de degré en degré (voyez la Leçon précédente). Le ſoleil paſſe donc par *trois-cens-ſoixante demi-méridiens*, en *vingt-quatre heures*. Il faut donc que *d'heure* en *heure*, il paſſe par *quinze demi-méridiens* ; puiſque *quinze* eſt la vingt-quatrieme partie de *trois-cens-ſoixante*, comme *une heure* eſt la vingt-quatrieme partie de *vingt-quatre heures*. Mais le ſoleil paſſant par *quinze demi-méridiens* en *une heure*, ou ce qui eſt la même choſe, le ſoleil paſſant par *quinze demi-méridiens* en *ſoixante-minutes*, il doit employer *quatre-minutes de temps*, pour paſſer d'un demi-méridien à un autre, pourvu que ces demi-méridiens ne ſoient éloignés que d'un degré. Le ſoleil eſt donc *quatre-minutes de temps* à parcourir *un degré de longitude* ; puiſqu'un degré compris entre deux demi-méridiens, & un degré de longitude ſont la même choſe (136).

Réflexions. On ſait que quand le ſoleil eſt arrivé dans le plan d'un demi-méridien, il eſt midi pour tous les points de ce demi-méridien; or, ſi l'on convient d'en prendre un quelconque dans le plan duquel ſoit le ſoleil, il ſera midi pour tous ſes points; mais il ſera toute autre heure du jour ou de la nuit, pour tous les autres. Il ſera plus que midi pour tous les demi-méridiens qui ſeront à ſon orient; au contraire il ne ſera pas midi pour tous les autres qui ſeront à ſon occident. Par exemple, un demi-méridien qui ſeroit à un quart de circonférence de ce premier vers l'orient, ou bien un demi-méridien qui ſeroit à *quatre-vingt-dix degrés* de longitude de ce premier, auroit *ſix heures* de l'après-midi; parce qu'il y auroit déja *ſix heures* que le ſoleil auroit paſſé dans ſon plan: au contraire un demi-méridien qui ſeroit à un quart de circonférence du premier, vers l'occident, ou bien, un demi-

demi-méridien qui feroit à *deux-cent soixante-dix degrés* de longitude de ce premier, auroit *six heures* avant midi; parce qu'il faudroit qu'il se passât *six heures* avant que le soleil fût dans son plan.

Un demi-méridien qui seroit à *un degré*, vers l'orient, de celui pour lequel nous supposons qu'il soit midi, seroit à *quatre minutes* de l'après-midi; un demi-méridien qui en seroit à *un degré*, vers l'occident, n'auroit pas midi, il s'en faudroit *quatre minutes*. Un demi-méridien qui seroit en opposition, c'est-à-dire, un demi-méridien qui seroit à *cent-quatre-vingt degrés* de longitude de ce premier, auroit *minuit;* parce qu'il y auroit *douze heures* que le soleil auroit passé dans son plan, de même qu'il s'en faudroit *douze heures* qu'il n'y repassât.

S'il étoit *quatre heures* de l'après-midi, à un demi-méridien, & que l'on considérât un autre demi-méridien qui en fût à

cinq degrés de longitude ; on diroit qu'il feroit *vingt minutes* plûtard à ce dernier, c'eſt-à-dire, qu'il feroit *quatre heures vingt minutes* : au contraire, ſi l'on conſidéroit un autre demi-méridien qui fût à *cinq degrés* vers l'occident, ou ce qui eſt la même choſe, qui fût à *trois-cens-cinquante-cinq degrés* de longitude de celui pour lequel nous ſuppoſons qu'il ſoit *quatre heures* après-midi, on diroit qu'il s'en faudroit *vingt minutes* qu'il n'y fut *quatre heures* de l'après-midi, c'eſt-à-dire, qu'il ne feroit pour ce demi-méridien que *trois heures quarante minutes* après-midi.

En général, il y a toujours *quatre-minutes* de temps, de différence par *degré*, d'un demi-méridien à un autre, telle heure qu'il ſoit d'ailleurs à ces demi-méridiens.

Il eſt fort à propos de conſidérer avec attention la différence d'heure, à l'égard des demi-méridiens ; car c'eſt cette différence d'heure qui fait connoître les longitudes.

Maniere de prendre les Longitudes.

152. On ne pourroit prendre la longitude d'un lieu par rapport à un autre, s'il n'arrivoit quelquefois certains phénomenes, ou choses remarquables dans le ciel, qui puissent être visibles, au même instant, pour tous les lieux dont on voudroit prendre la longitude. Il y a nombre de ces phénomenes; mais nous ne nous servirons ici, que de l'instant où la lune perd tout-à-fait sa lumiere, dans le tems d'une éclipse totale de lune (*a*).

Si on veut prendre la longitude d'un lieu, il faut placer un Observateur dans le demi-méridien qu'on aura fixé & adopté pour compter la longitude, & en placer

(*a*) Nous avertissons qu'on peut prendre indifféremment, pour l'instant remarquable, dans une éclipse de lune, le commencement ou la fin d'une éclipse partiale; le commencement ou la fin d'une éclipse totale; ou bien l'instant où la lune perd tout-à-fait sa lumiere, dans une éclipse totale; ou l'instant auquel elle commence à recouvrer sa lumiere: mais l'instant où elle perd tout-à-fait sa lumiere, dans une éclipse totale, est le plus facile à déterminer avec précision; c'est pour cela que nous le préférons.

un autre, au lieu dont on veut connoître la longitude. Il faut encore que ces deux Obſervateurs ſoient prêts à opérer pour le même inſtant du phénomene qu'on voudra choiſir, & qu'ils aient chacun une horloge à ſecondes bien réglée. Il faut qu'ils aient ſoin de mettre cette horloge à l'heure du midi du lieu où ils ſont chacun, en ſe ſervant d'une méridienne qu'ils auront eu ſoin de tracer ; par ce moyen, ils auront l'heure exacte pour chacun de leurs demi-méridiens. Cela fait.

Dans l'inſtant d'une éclipſe totale de lune, il faut que chacun d'eux remarque l'heure qu'il eſt à ſon horloge, dans l'inſtant où la lune perd tout-à-fait ſa lumiere. Il faut que cela ſe faſſe avec beaucoup d'attention. Enſuite ſe communiquant l'un à l'autre leurs obſervations on jugera par la différence d'heures qu'ils auront trouvée, la longitude du lieu propoſé.

Par exemple, ſi l'heure de celui qui

étoit au demi-méridien fixé, étoit *onze heures* du soir, & que l'heure du lieu dont on vouloit avoir la longitude, fut *onze heures vingt minutes* du soir, on diroit que l'heure du lieu dont on vouloit connoître la longitude, seroit plus avancée de *vingt minutes*, que celle du demi-méridien fixé; de-là on concluroit que ce lieu seroit à l'orient, & qu'il seroit à *cinq degrés* de longitude; parce que dans *vingt minutes*, il y a cinq fois *quatre minutes*, & qu'il faut *quatre minutes* par *degré*.

Au contraire, si l'on avoit envoyé en un autre lieu, un autre Observateur, & qu'ayant remarqué l'instant du phénomene, il eût trouvé *dix heures* du soir; alors on diroit que l'heure de l'observation seroit moins avancée d'*une heure*, ou de *soixante minutes*, que celle du demi-méridien fixé; de-là l'on concluroit que ce dernier lieu seroit à *quinze degrés* du côté de l'occident, du demi-méridien fixé, & l'on ver-

roit que ce lieu feroit à *trois-cens-quarante-cinq degrés* de longitude ; parce qu'ayant ôté *quinze degrés* de *trois-cens-foixante*, il refte *trois-cens quarante-cinq degrés*.

En général, dans le temps d'un phénomene, on peut envoyer tel nombre d'Obfervateurs qu'on voudra ; pourvu cependant, qu'ils puiffent tous l'appercevoir. Enfuite comparant les inftans qu'ils auront trouvés, on pourra voir par les différences d'heures, les différentes quantités de degrés de longitude, en comptant toujours *quatre minutes* de temps pour *chaque degré*.

Des Points placés fur un Globe, de la même maniere qu'ils le font fur la Terre.

153. Concluons de ce que nous venons de dire, qu'on peut prendre la latitude & la longitude des points ou des lieux remarquables de la furface de la

terre, tels que des villes, des montagnes, des isles, &c. par conséquent qu'il sera possible de les placer semblablement sur un globe de carton, ou de quelqu'autre matiere; car la longitude donnera le demi-méridien, & la latitude donnera le point du lieu dans le demi-méridien.

Maniere de tracer l'Image de la surface de la Terre, sur la surface d'un Globe.

154. L'image de la surface de la terre ne consiste principalement que dans les contours des rivages de la mer, & dans les détours des plus grands fleuves.

Pour tracer ces rivages & ces détours de fleuve sur la surface d'un globe, de la même maniere qu'ils le sont sur la surface de la terre, il faut, de distance en distance, y envoyer des Observateurs, pour le temps d'une éclipse totale de lune, afin qu'ils prennent la latitude & la longitude des lieux où on les aura envoyés (de la

maniere que nous avons enseignée dans cette Leçon). Ces opérations finies & décidées, on placera tous ces lieux sur la surface d'un globe, de la même maniere qu'ils le sont sur la surface de la terre; ensuite on menera des lignes de point en point, pour représenter les rivages de la mer, ou les principaux détours des fleuves.

Si l'on vouloit avoir une trace plus détaillée, il faudroit déterminer les contours qui seroient entre chaque Observateur, par le moyen de plusieurs triangles (117 & 118). Par exemple, ayant envoyé des Observateurs en différens points, pour en connoître la latitude & la longitude, & ayant placé tous ces points *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, *k*, *l*, *m*, *n*, *o*, *p*, *q*, *r*, *s*, *t*, sur la surface d'un globe X, de la même maniere qu'ils le sont sur la surface de la terre, il faudroit tracer les lignes *ab*, *bc*, *cd*, *de*, *ef*, *fg*, *gh*, *hi*, *ik*, *kl*, *mn*,

Fig. 11.

mo, *pq*, *qr*, *rs* & *rt*, de la même maniere que leurs contours auroient été déterminés par le moyen des triangles.

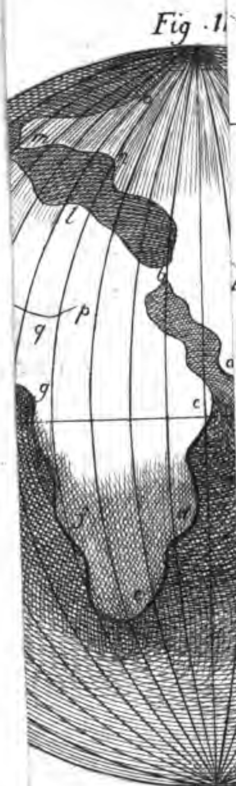
Quand on a tiré tout l'avantage possible d'une éclipse totale de lune, & qu'on n'a pu tracer qu'une partie de l'image de la terre, il faut en attendre une autre qui soit visible dans la partie qu'on n'a pas encore tracée, & ainsi de suite.

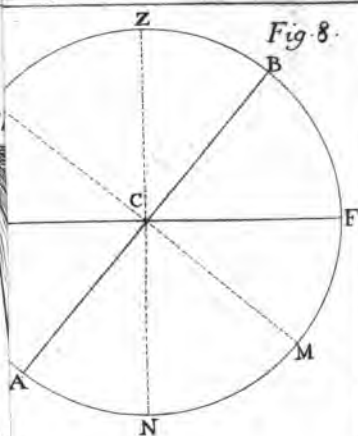
REMARQUES. C'est la circonférence de l'équateur qui sert d'échelle sur les globes; ensorte que si l'on ouvre un compas de façon qu'il en comprenne *un degré* entre ses pointes, cette ouverture de compas mesurera *vingt-cinq lieues*. Si l'on ouvroit le compas de façon qu'il comprît *quatre degrés* entre ses pointes, cette nouvelle ouverture de compas mesureroit *cent lieues*; ainsi de suite.

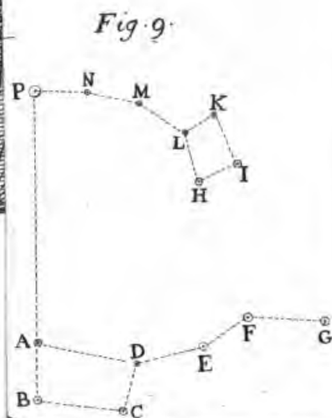
On pourroit encore appliquer un fil tendu sur la surface du globe, de façon qu'il mesurât la distance desirée; on le

porteroit enſuite ſur l'équateur du globe, & ayant examiné la quantité de degrés qu'il pourroit embraſſer, on jugeroit de la diſtance, en comptant *vingt-cinq lieues* pour *chaque degré.* Cette méthode eſt plus commode que la premiere, ſur-tout quand les diſtances ſont un peu conſidérables.

On peut s'aſſurer que la circonférence de l'équateur d'un globe peut ſervir d'échelle ; car étant une ligne placée ſur le globe, de la même maniere que la circonférence de l'équateur terreſtre eſt placée ſur la terre, elle doit être à toutes les lignes de la ſurface du globe, comme la circonférence de l'équateur terreſtre, eſt à toutes les lignes correſpondantes de la ſurface de la terre. C'eſt une ſuite de ce que nous avons dit (102 & 119).







Ang Scot

QUATRIEME LEÇON.

Maniere de représenter la surface de la Terre sur des surfaces Planes.

155. Ce n'est que sur la surface d'un globe qu'on peut représenter la surface de la terre d'une maniere exacte. On sent bien que sa surface étant sphérique, elle ne peut, à la rigueur, être représentée que sur une surface du même genre : néanmoins lorsqu'un pays n'est pas d'une grande étendue, & qu'on le représente sur une surface plane, l'erreur qui en provient n'est presque pas sensible ; au contraire, si le pays est d'une étendue considérable, l'erreur devient d'autant plus grande ; quoiqu'il en soit, cette maniere de représenter la surface de la terre sur des surfaces planes, a ses avantages, & on en fait grand usage. Cette représentation de

la ſurface de la terre ſur des ſurfaces planes, s'appelle ſa *projection*.

Des Projections.

156. En général, on entend par *projection*, la repréſentation de différens points, de différentes lignes droites, courbes ou mixtes; de différentes figures planes, courbes ou mixtes, ſur une ſurface plane; telles ſituations qu'aient d'ailleurs les points, les lignes ou les figures dont on veut avoir la projection, par rapport à la ſurface plane ſur laquelle on veut les repréſenter. Cette ſurface plane, ſur laquelle on fait la projection, s'appelle *plan de projection*.

C'eſt ordinairement d'après les loix de l'Optique qu'on fait une projection; quoiqu'on puiſſe faire encore des projections ſuivant des loix arbitraires.

Avant de paſſer à la projection de la ſurface de la terre, nous allons donner quelques principes d'Optique ſur la *viſion*.

De la Vision. (a).

157. La *vision* est la maniere dont nous appercevons les objets. Par exemple; si l'on suppose qu'un œil soit placé en X, Fig. 12 & qu'on se propose de savoir comment se fait sa vision, à l'égard des points A, B, C; il est aisé de s'appercevoir qu'elle se fait en ligne droite; c'est-à-dire, que le point A est vu de l'œil X, par la ligne A X; que le point B, est vu par la ligne B X; & que le point C, est vu par la ligne CX. Ceci ne doit souffrir aucune difficulté.

Si l'on suppose qu'une ligne YZ placée entre l'œil & les points, soit dans le même plan que ces trois lignes, étant d'ailleurs perpendiculaire à la ligne BX; alors l'œil X rapportera le point A au point *a*, le point B au point *b*, & le point

(a) Nous n'employons pas ici, ce mot dans toute l'étendue de sa signification. Les détails que nous pourrions en donner, deviendroient inutiles pour ce que nous avons à dire.

C au point *c*, dans la ligne YZ; c'est-à-dire qu'il lui semblera que les points A, B, C, sont en *a*, *b*, *c*, par rapport à la ligne YZ; ces points *a*, *b*, *c*, sont dits les *points de projection*, des points A, B, C, sur la ligne YZ.

On peut voir, par cet exemple, qu'un point de projection ne quitte jamais la ligne de vision; c'est-à-dire que le point *a*, ne quitte jamais la ligne AX; le point *b* la ligne BX; ni le point *c* la ligne CX. *La ligne de vision* s'appelle ordinairement *le rayon visuel*.

Si l'on suppose qu'un œil soit placé en X, & qu'on se propose de connoître comment se fait sa vision, à l'égard de la circonférence ABDE, dont le plan est perpendiculaire à la ligne CX; il est constant que chaque point de la circonférence de ce cercle, sera vu en ligne droite par l'œil X, & qu'il y aura autant de lignes de vision, qu'il y a de points dans cette cir-

Fig. 13.

conférence, qui venant toutes aboutir dans la prunelle de l'œil X, formeront la surface d'un cône XABDE, dont le sommet sera dans l'œil.

Si l'on imagine qu'un plan transparent YZ, soit placé entre l'œil & la circonférence, de maniere qu'il soit parallele au plan de cette circonférence; alors l'œil X rapportera tous les points de la circonférence ABDE, à tous les points de la circonférence *abde*; & il rapportera de même la ligne AD en *ad*, & le point C au point *c*, dans le plan transparent YZ. La ligne *ad* & la circonférence *abde*, sont appellées *lignes de projection*, sur le plan de projection YZ. Il faut se souvenir qu'une circonférence est une ligne circulaire.

Si l'on suppose un demi-cercle ADFA placé de façon que les rayons visuels AX, BX, DX, EX & FX, passent tous dans son plan; & que d'ailleurs le diametre AF Fig. 14.

ſoit perpendiculaire au rayon viſuel D X, qui paſſe par le centre G; ſi l'on ſuppoſe encore que ce demi-cercle ſoit tranſparent; alors l'œil X rapportera tous les points de la demi-circonférence A D F, dans la ligne A F, qu'on appelle *projection de la demi-circonférence* A D F.

Maintenant ſi l'on imagine quelques points remarquables ſur cette demi-circonférence, tels que les points A, B, D, E, F, & qu'on ſe propoſe de ſçavoir comment l'œil X les voit ſur la ligne A F; alors on ſuppoſera autant de rayons viſuels qu'il y a de points remarquables, & l'on jugera qu'il rapporte les points A & F, aux extrémités de la ligne A F, puiſqu'ils y ſont réellement, par conſtruction (*a*); qu'il rapporte le point B au point *b*, le point D au point C, & le

(*a*) On entend par *conſtruction*, la méthode qu'on a employée pour faire la figure, relativement à ce qu'on ſe propoſoit.

point

point E au point *e*. Ceci ne doit ſouffrir aucune difficulté, d'après ce que nous avons dit.

Propoſition d'Optique.

158. *Toutes les fois qu'un œil placé en un point de la ſurface d'une ſphere, eſt pris pour pole d'un de ſes grands cercles, ſur le plan duquel on veut faire la projection de l'hémiſphere oppoſé; toutes les circonférences ont pour projection, par rapport à cet œil, des circonférences; & tous les arcs de circonférence, ont pour projection des arcs de circonférences: exceptez les arcs de circonférences, dans le plan deſquelles ſe trouveroit l'œil. Ces derniers arcs auroient pour projection une ligne droite.* C'eſt ce que nous allons examiner.

Suppoſons d'abord qu'on ſe propoſe de ſçavoir comment un œil placé, dans la ſurface d'une ſphere ACEX, au point Fig. 15.
X, apperçevroit ſur le plan de projection

Q

AHEI, une circonférence BFDG tracée ſur la ſurface d'un hémiſphere AHEIC tranſparent & oppoſé à l'œil, de façon que le plan de la circonférence en queſtion, fût parallele à ce même plan de projection, & perpendiculaire à l'axe ou au rayon viſuel XC.

Il eſt conſtant, comme nous l'avons déja dit, qu'il y aura autant de rayons viſuels, qu'il y a de points dans la circonférence BFDG, qui venant tous aboutir dans la prunelle de l'œil X, formeront la ſurface d'un cône XBFDG; or cette ſurface de cône paſſera par tous les points de la circonférence *bfdg*; cet œil verra donc la circonférence BFDG placée dans le plan de projection, en la circonférence *bfdg*. Il eſt aiſé de voir que ſi la circonférence n'eût pas été entiere, il n'y auroit eu pour projection que ſa partie, ce qui ne différeroit pas d'un arc de circonférence. A l'égard de la cir-

conférence AHEI, elle ſera vue dans la circonférence du plan de projection, puiſqu'elle y eſt en effet, par conſtruction.

Suppoſons maintenant, que le plan de la circonférence dont on veut connoître la projection, ſoit oblique à la ligne CX, & qu'on ſe propoſe de ſavoir comment un œil placé en X pourroit l'appercevoir, ſur le plan de projection AHEI. Fig. 16.

Il eſt encore conſtant qu'il y aura autant de rayons viſuels, qu'il y a de points dans la circonférence BFDG, qui venant tous aboutir dans la prunelle de l'œil X, formeront la ſurface d'un cône XBFDG; mais ce cône doit être oblique; c'eſt-à-dire, que ſon axe XK ſera dans une ſituation oblique à l'égard de ſa baſe, qui eſt le plan de la circonférence BFDG; néanmoins la circonférence BFDG, dont on veut connoître la projection, ſera vue de l'œil X, dans la circonférence

bfdg (*a*). A l'égard de la circonférence AHEI, elle ſera vue dans la circonférence du plan de projection, puiſqu'elle y eſt en effet par conſtruction.

Fig. 17. Enfin ſuppoſons qu'on ſe propoſe de ſavoir comment un œil, placé en X, appercevroit ſur le plan de projection ADEB, la demi-circonférence AFE ou l'arc AF d'une circonférence AFEX, dans le plan de laquelle l'œil ſe trouve placé.

Il eſt conſtant qu'il y aura autant de rayons viſuels qu'il y a de points dans la demi-circonférence AFE, qui ne quittant pas le plan AFEX où l'œil X eſt placé, paſſeront néceſſairement par la ligne AE; alors l'œil X rapportera tous les points de cette demi-circonférence, dans la ligne AE. Pour ce qui eſt de l'arc

(*a*) Nous ne donnerons pas la démonſtration de cette vérité, parce qu'elle exige une connoiſſance de la Géométrie, plus étendue que celle que nous avons cru devoir donner.

AF, il eſt évident qu'il ſera vu dans la ligne A C. C'eſt ce que nous avons déja dit, lorſque nous nous ſommes occupés de la figure 14.

On peut dire la même choſe à l'égard de la demi-circonférence BFD, dont la projection ſera la ligne BD, ſur le plan de projection ADEB. On en pourroit dire autant de toutes les demi-circonférences de grands cercles de l'hémiſphere ADEBF, dans le plan deſquels l'œil X ſe trouveroit placé.

Concluons donc que ſi un œil placé en un point de la ſurface de la ſphere, eſt pris pour pole d'un de ſes grands cercles, ſur le plan duquel on veut faire la projection de l'hémiſphere oppoſé ; toutes les circonférences qui ſeront tracées ſur cet hémiſphere ſeront, par rapport à cet œil, des circonférences ſur le plan de projection ; & que tous arcs de circonférences, auront pour projection, des arcs de cir-

conférence; exceptez les arcs des circonférences dans le plan desquelles se trouveroit l'œil; parce qu'alors la projection de ces arcs seroit une ligne droite.

Ces principes sur la vision étant entendus, nous allons passer à la méthode de représenter la surface de la terre sur deux de ces grands cercles; & c'est cette représentation qu'on appelle *mappemonde.*

AVERTISSEMENT. Il y a certains cercles dont nous n'avons point encore parlé, dont les plans sont paralleles à l'équateur terrestre, que les Géographes font passer par chaque degré de latitude, & qu'ils placent ordinairement de dix en dix degrés sur les globes. Ces cercles sont d'autant plus petits qu'ils approchent des poles. On les appelle *cercles paralleles*, ou simplement *paralleles.* Si on veut se les représenter, on peut jeter les yeux
Fig. 18. sur le globe X qui représente la terre. La ligne SM en est l'axe. EQ représente

l'équateur. Les lignes *ab*, *cd*, *ef*, &c. repréſentent les cercles paralleles. Les lignes courbes S*g*M, S*h*M & leurs ſemblables ſont les demi-méridiens.

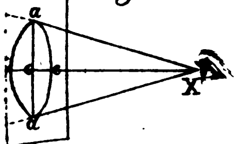
Les circonférences des paralleles servent principalement par leurs interſections avec les demi-méridiens, à faire reconnoître avec facilité la latitude. On peut encore ſe ſervir de ces circonférences pour compter les longitudes, ſurtout lorſque l'équateur n'eſt pas marqué ſur la carte.

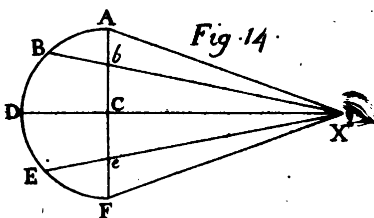
Tout ce que nous avons dit étant poſé; propoſons-nous de tracer ſur un grand cercle de la terre, l'un de ſes deux hémiſpheres. On ſent bien qu'il faudra ſuivre le même procédé, ſi l'on veut tracer l'autre.

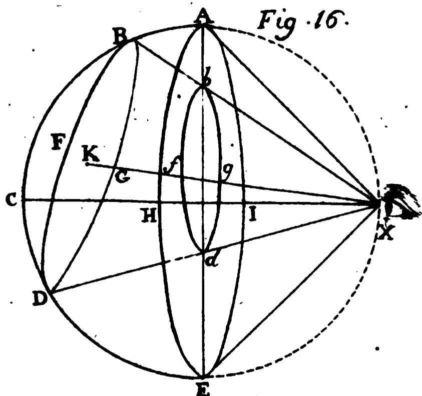
Maniere de représenter sur un grand Cercle de la Terre, l'un de ses Hémisphères ; ou bien, *maniere de faire une Mappemonde.*

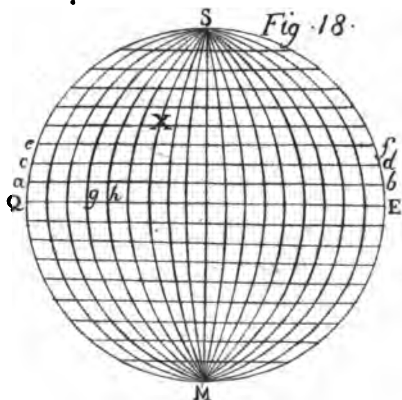
159. C'est ordinairement sur le plan d'un méridien qu'on représente un hémisphere de la terre, quoiqu'on puisse le représenter sur tout autre grand cercle. On choisit ordinairement le méridien adopté d'après lequel on compte les autres, ou bien d'après lequel on compte les longitudes.

Fig. 19. La figure 19 représente le globe de la terre que nous supposerons transparent ; soit donc le cercle QMES le méridien adopté, sur le plan duquel nous nous proposons de faire la projection de l'hémisphere QMESK opposé à l'œil X ; soit la demi-circonférence QKE, la moitié de l'équateur tracée sur la surface de cet hémisphere ; soit encore cette demi-


Y
Fig. 13.
a
d
X


A
Fig. 14.
B
b
D
C
X
E
e
F


A
Fig. 16.
B
b
F
K
G
f
g
C
H
I
X
d
D
E


S
Fig. 18.
X
e
c
a
Q
g
h
f
d
b
E
M

Ang. Scot

circonférence divisée en *cent-quatre-vingt degrés*, marqués de dix en dix, par les points A, B, C, D, &c. Cela posé.

Il est constant que chacun de ces points enverra un rayon visuel à l'œil X, & que ces rayons visuels seront marqués par les lignes QX, AX, BX, CX, &c; d'où il suit que leurs projections seront marquées par les points Q, *a*; *b*, *c*, &c. On voit donc que le demi-équateur QKE sera représenté par la ligne QE, & que les points de division A, B, C, D, &c. seront représentés par les points *a*, *b*, *c*, *d*, &c. ce qui nous donnera la ligne QE divisée en degrés de l'équateur, marqués de dix en dix.

Pour ce qui est du demi-méridien SKM, dans le plan duquel l'œil X est placé; on le suppose de même divisé en *cent-quatre-vingt degrés*; & l'on aura sa projection sur la ligne SM, de la même maniere que nous avons eu celle du demi-

équateur ; ce qui ne doit souffrir aucune difficulté.

A l'égard des points S & M qui sont les extrêmités du demi-méridien SKM, & qui sont les poles de l'équateur, on voit qu'ils seront marqués par les extrêmités de la ligne SM ; puisqu'ils y sont en effet par construction.

Nous aurons donc pour plan de projection, de l'un de nos deux hémispheres, le cercle du méridien SQME, sur lequel nous aurons la projection QE du demi-équateur, & la projection SM du demi-méridien, dans les plans desquels l'œil est placé. Ces deux lignes marqueront les degrés de dix en dix. L'on divisera encore, la circonférence SQME du plan de projection, en *quatre parties égales*, dont chacune contiendra *quatre-vingt-dix degrés* marqués de dix en dix, depuis l'équateur QE jusqu'aux poles S & M ; comme on le voit par la figure.

Fig. 20.

Chacune de ces quatre parties, ainſi diviſées, ſert à marquer les latitudes.

Cela poſé ; puiſque, comme nous l'avons déja dit, les arcs de circonférence, tracés ſur l'hémiſphere à projetter, doivent être repréſentés par des arcs de circonférence, ſur le plan de projection, il faut donc que nos demi-méridiens qui ſont des arcs de circonférence, ſoient repréſentés ſur notre plan de projection SQME, par des arcs de circonférences. Or ces arcs doivent paſſer ſur l'équateur QE, de dix en dix degrés, & ſe terminer d'ailleurs aux poles S & M.

Pour les tracer ; il faut d'un point de diviſion A, qui répond au *dixiéme degré* de longitude, mener une ligne droite AS, au pole S, & la diviſer en deux parties égales en C ; & du point C, élever une ligne perpendiculaire indéterminée CD ; ce que l'on fait avec un compas, en décrivant du point A & du point S, comme

centres, deux petits arcs de circonférence, qui se croisent en D; on mene ensuite cette perpendiculaire du point D au point C.

Cette perpendiculaire CD rencontre l'équateur QE, en un point P; & ce point P est le centre de l'arc de circonférence, qui doit passer par le point de division A, & par le pole S; car la ligne PC étant perpendiculaire, & tombant au point C, milieu de la ligne AS, elle ne doit pencher ni d'un côté, ni de l'autre sur cette ligne (12). Il faut donc que la distance PS soit égale à la distance PA; or ces deux lignes partant du même centre P, peuvent être regardées comme rayons d'un même cercle; par conséquent en ouvrant le compas de P en S, si l'on trace l'arc SAM, il doit passer de S en A; puisque S & A sont les extrémités de rayons de même cercle; il doit passer aussi par le point M; puisque le côté AM

eſt néceſſairement ſymmétrique au côté AS. Nous aurons donc de cette maniere, la projection du demi-méridien qui paſſe par le *dixiéme degré* de longitude. On obſervera la même méthode pour les autres demi-méridiens.

Cependant pour s'accoutumer à tracer les demi-méridiens, prenons encore un exemple. Propoſons-nous de tracer la projection du demi-méridien qui paſſe par le *cinquantiéme degré* de longitude. Nous tracerons d'abord la ligne droite BS, que nous partagerons en deux parties égales au point F; des points B & S, comme centres, nous tracerons les deux petits arcs de circonférence qui ſe croiſent en G; nous menerons enſuite la perpendiculaire de G en F; or cette perpendiculaire GF rencontrera le prolongement EY de l'équateur QE, au point H; alors prenant le point H pour centre, nous décrirons l'arc SBM, qui ſera la projection

du demi-méridien, qui doit paſſer par le *cinquantiéme* degré de longitude ; & ainſi des autres ; ayant ſoin de prolonger la ligne EY autant qu'il conviendra, pour les demi-méridiens dont les centres de projection ſeront plus éloignés que ne l'eſt le point H.

Propoſons-nous maintenant de tracer les demi-circonférences des cercles paralleles, ſur le plan de projection SQME. Souvenons-nous que ces demi-circonférences étant des arcs tracés ſur l'hémiſphere à projeter, elles doivent être repréſentées par des arcs de circonférence. Par exemple, propoſons-nous de trouver la projection de la demi-circonférence du cercle parallele qui paſſe par le *ſoixantiéme degré* de latitude. Pour cela ; menons du point I au point K, la ligne IK ; partageons-la en deux parties égales, au point R ; élevons la perpendiculaire RL, par le moyen de deux petits arcs qui ſe croi-

ſent en L, & qui ont leurs centres en I & en K, remarquons que cette perpendiculaire rencontre le prolongement MZ, du demi-méridien SM, au point N. Ce point N ſera le centre de l'arc de projection de la demi-circonférence du parallele qui paſſe par le *ſoixantiéme degré* de latitude. Alors du point N comme centre, & d'une ouverture de compas NK, traçons l'arc KIT. Cet arc ſera la projection de la demi-circonférence du parallele qui paſſe par le *ſoixantiéme degré* de latitude, & ain ſides autres; ayant ſoin de prolonger la ligne MZ autant qu'il conviendra, pour les demi-circonférences des paralleles, dont les centres de projections ſeront plus éloignés que ne l'eſt le point N.

Il eſt aiſé de voir qu'en continuant ainſi, tant pour les demi-méridiens que pour les demi-circonférences des paralleles, nous aurons la projection de l'un des deux hémiſpheres, repréſenté par la fi-

Fig. 21. gure 21 ; & que pour l'autre hémisphere, on aura une semblable projection. Ayant donc ces deux projections, il ne s'agira plus que de tracer les rivages des mers, le cours des fleuves, &c. & l'on aura une *mappemonde complette* ; en observant de faire passer chaque point de ces traces, par la longitude & par la latitude qui lui conviennent.

Autre Mappemonde qui suppose l'œil placé à l'un des poles de l'Equateur, & dont la Projection se fait sur son plan.

160. La projection de la surface de la terre qui suppose l'œil au pole de l'équateur, sert principalement lorsque l'on a en vue de représenter les pays qui sont voisins des poles.

Quand on se propose de faire cette projection, il faut d'abord remarquer que l'œil se trouvant au pole de l'équateur, est nécessairement dans tous les plans des méridiens,

méridiens, puiſque leurs circonférences ſe coupent toutes aux poles; par conſéquent les projeƈtions des demi-méridiens étant autant de lignes droites, comme nous l'avons déjà dit, elles ſe couperont toutes au centre du plan de projeƈtion. Il faut encore remarquer qu'il ſuffira de projeter un ſeul de ces demi-méridiens, ou même un quart, diviſé de dix en dix degrés, pour connoître les points par leſquels doivent paſſer les circonférences des cercles paralleles. Il faut ſe ſouvenir que les circonférences des cercles paralleles qui ſeront dans l'hémiſphere à projeter, ſeront repréſentés par des circonférences ſur le plan de projeƈtion. Voyez ce que nous avons dit ſur la figure 15. Cela poſé.

Si on ſuppoſe que le cercle MABC ſoit l'équateur, ſur le plan duquel on veut faire la projeƈtion, & que ſa circonférence ſoit diviſée *en trois cens ſoixante degrés* Fig. 22.

marqués de dix en dix, il eſt conſtant que les demi-méridiens qui paſſeront par ces diviſions, auront pour projection les lignes BM, AC, &c, qui ſe couperont toutes au centre S.

Il eſt encore bon de remarquer que ſur ces ſortes de projections, les longitudes ſe comptent par des *quarts de méridien*, repréſentés par les lignes SM, S 10, S20, &c. SM eſt la moitié du demi-méridien adopté, & par conſéquent SM n'eſt qu'un quart de méridien, d'après lequel on compte les autres. On les compte donc ſur la circonférence de l'équateur MA BC, en partant du point M, en cette maniere 10, 20, 30, &c. juſqu'en A; 100, 110, &c, juſqu'en B; 190, 200, &c, juſqu'en G; 280, 290, &c, juſqu'en M; auquel point le 360e quart de méridien ſe confond avec le quart de méridien adopté. La latitude ſe compte ſur le quart de méridien adopté SM, en partant du point

M de l'équateur, de dix en dix dégrés, jusqu'au pole S, auquel point la latitude est de 90 degrés.

Il ne nous reste donc plus qu'à tracer la projection des circonférences des cercles paralleles. Or ces circonférences doivent passer par les points de division des degrés de latitude, de dix en dix; ainsi la circonférence du parallele qui doit passer par le dixiéme degré de latitude, sera représentée par la circonférence *mabc*, puisqu'une circonférence tracée sur l'hémisphere à projeter, doit être une circonférence sur le plan de projection; la circonférence qui doit passer par le vingtiéme degré de latitude, sera représentée par la circonférence *defg*; & ainsi des autres.

Nous aurons donc la projection d'un des deux hémispheres, sur le plan de l'équateur, en supposant l'œil au pòle. Il est aisé de voir que pour l'autre hémisphere, on aura une semblable projection. Ayant

donc ces deux projections, il ne s'agira plus que de tracer les rivages des mers, le cours des fleuves, &c. & l'on aura une *mappemonde complette*; ayant toujours soin de faire passer chaque point de ces traces, par la longitude & par la latitude qui lui conviennent.

On fait encore différentes projections de la surface de la terre, sur deux de ces grands cercles, en prenant des points de vue différens de ceux que nous avons choisis. Ce que nous venons de dire aidera beaucoup à les faire reconnoître.

Projection de la Surface de la Terre sur un Rectangle.

161. On peut encore faire la projection de la surface de la terre sur un rectangle ABCD, en supposant que la circonférence de l'équateur soit développée & représentée par une ligne droite QE, que

Fig. 23.

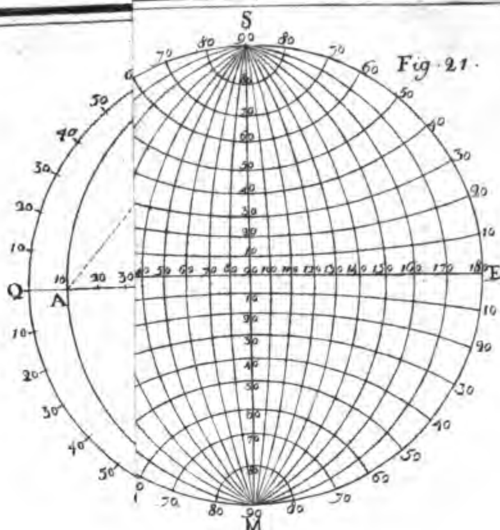
l'on divise en *trois-cens-soixante degrés*, de dix en dix; en supposant encore que le demi-méridien adopté, soit développé & représenté par une ligne droite SM perpendiculaire à la ligne QE. On divise de même le demi-méridien adopté, développé & représenté par la ligne SM, en *cent quatre-vingt degrés*, de dix en dix. On fait ensuite passer par chaque point de division de l'équateur QE, les demi-méridiens développés, de façon qu'ils soient tous paralleles au demi-méridien SM, & par conséquent paralleles entr'eux; & par chaque point de division du demi-méridien adopté SM, on fait passer les circonférences développées des cercles paralleles, que l'on prolonge dans toute la longueur du rectangle. Cela fait; il ne s'agit plus que de tracer les rivages des mers, le cours des fleuves, &c. & l'on aura une *mappemonde complette*; ayant toujours soin de faire passer chaque point de ces

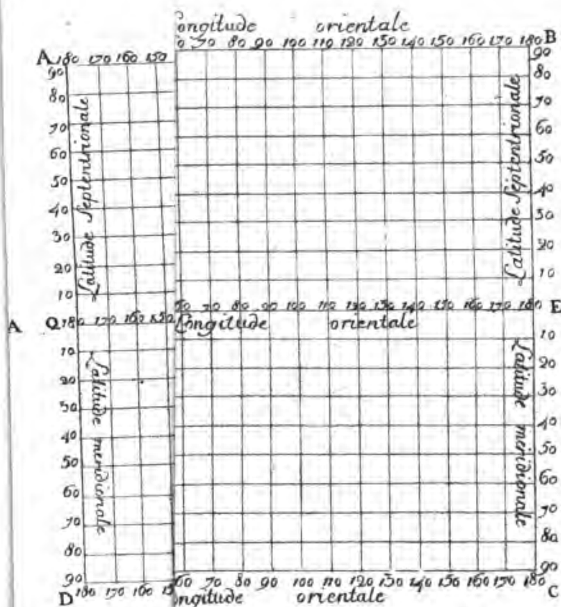
traces, par la longitude & par la latitude qui lui conviennent (*a*).

On diſtingue ordinairement ſur ces mappemondes, deux ſortes de longitudes; c'eſt-à-dire, *la longitude orientale*, & *la longitude occidentale*. La longitude orientale ſe compte depuis le demi-méridien adopté SM, de dix en dix degrés, vers l'orient. La longitude occidentale ſe compte pareillement, de dix en dix degrés, vers l'occident.

On eſt fort en uſage de marquer les longitudes & les latitudes, ſur les côtés de ces mappemondes; c'eſt-à-dire que le côté du haut AB & le côté du bas DC ſervent à marquer les longitudes; & que le côté droit BC & le côté gauche AD ſervent à marquer les latitudes. Comme on le voit par la figure.

(*a*) Cette ſorte de mappemonde qu'on appelle *carte plate*, n'eſt preſque pas d'uſage, nous ne la donnons ici, que pour initier nos Lecteurs à *la carte réduite*, dont les navigateurs ſe ſervent ſouvent.





Ang. Scot Sculp

De la Carte Réduite.

162. Les navigateurs font grand usage d'une projection de la surface de la terre, qu'on appelle *carte réduite*, où les demi-méridiens sont paralleles. Elle est construite comme celle dont nous venons de parler, avec cette différence seulement, que les parties des demi-méridiens qui servent à marquer les latitudes, deviennent plus grandes à mesure que la latitude augmente.

Enfin il y a nombre de projections; mais ce qui nous importe le plus, c'est de sçavoir distinguer les demi-méridiens d'avec les circonférences des paralleles; or cette distinction est de la plus grande facilité; c'est pourquoi nous ne nous étendrons pas plus sur cet objet. Nous répéterons seulement que dans toute projection plane de la surface de la terre, les distances des points ne sont pas propor-

tionnelles aux diſtances reſpectives des mêmes points, ſur la ſurface de la terre; & qu'il n'y a que ſur un globe qu'on puiſſe connoître ces diſtances, d'une maniere exacte: enſorte que les échelles qu'on a coutume de mettre ſur les cartes, ne donnent les diſtances que d'une maniere fort imparfaite; ſur-tout lorſque la carte repréſente un grand pays; qnand la carte repréſente un pays moins grand, l'erreur devient plus petite; enfin l'échelle peut ſervir aſſez exactement, ſi le pays que repréſente la carte eſt fort petit, parce qu'alors l'erreur devient inſenſible.

Il y a pourtant des cas où l'on peut connoître ſur les projections la diſtance de deux points, avec autant d'exactitude que s'ils étoient ſur un globe; c'eſt lorſque ces deux points ſe trouvent placés dans la circonférence d'un même méridien; alors il n'y a qu'à conſidérer la quantité de degrés, compriſe entr'eux, & compter

vingt-cinq lieues par *degré.* On feroit la même chose s'ils se trouvoient dans la circonférence de l'équateur. Si cependant les deux points n'étoient pas fort éloignés, ou d'une circonférence de méridien ou de celle de l'équateur, on pourroit en connoître à-peu-près la distance.





LEÇONS DE GÉOMÉTRIE,

Pour servir d'Introduction à l'Etude de la Sphere & de la Géographie.

QUATRIEME PARTIE.

Abrégé du Systême de Copernic, & quelques Particularités relatives à ce Systême.

DERNIERE LEÇON.

Abrégé du Systême de Copernic.

163. UN *systême* est ordinairement affermi par des probabilités. Ne doit-on pas toujours préférer celui dans lequel elles sont les plus grandes?

Entre les différens Philoſophes qui ont établi les différens ſyſtêmes, pour expliquer les mouvemens de l'Univers, les uns ſe ſont bornés aux ſimples apparences; les autres, au contraire, plus hardis, ont plus approfondi. Ces derniers ont voulu connoître ſi elles ne trompoient pas leurs ſens. Ils ont réuſſi dans leurs recherches. Ils ont prouvé que les ſimples apparences des mouvemens de l'univers, étoient bien éloignées de la vérité.

Nous entendons par *ſimples apparences*, ce que l'on juge d'elles avec peu de réflexion. Par exemple, ſi l'on eſtime que le ſoleil tourne autour de la terre, parce qu'il ſe leve & ſe couche tous les jours; c'eſt juger avec légéreté; c'eſt ne tenir compte que des ſimples apparences : au contraire, ſi par un examen plus combiné, l'on conclut que la terre tournant ſur elle-même, produit le même effet; alors ce dernier jugement étant le fruit d'une

réflexion plus étendue, & d'ailleurs étant plus vraiſemblable, il doit être préféré à celui qu'on auroit porté avec trop de précipitation.

De tous les ſyſtêmes, on doit préférer celui de Copernic; parce qu'il eſt appuyé ſur un très-grand nombre de probabilités; &, ſi nous avons parlé du ſyſtême de Ptolomée, ce n'étoit pas dans l'intention de le faire adopter; mais ſeulement, parce que nous avons cru qu'il étoit le tableau le plus frappant des ſimples apparences, & qu'à cet égard, il nous étoit plus commode, pour ce que nous avions à dire ſur la Sphere & ſur la Géographie. Nous avons cru d'ailleurs, qu'il pouvoit ſervir d'introduction à celui de Copernic.

Le ſyſtême de Copernic eſt donc l'explication des mouvemens de l'Univers, tels qu'on doit ſe les repréſenter (*a*). Il eſt

(*a*) Nous avertiſſons que nous ne donnons ici, qu'un abrégé ſuccinct du ſyſtême de Copernic. C'eſt l'étude de l'Aſtronomie qui en apprend les détails.

aujourd'hui généralement reçu de tous Savans.

Par ce syſtême, le ſoleil eſt au centre de l'univers; *mercure* eſt la planete qui en eſt la plus proche; après mercure, c'eſt *vénus*; enſuite *la terre*, *mars*, *jupiter* & *ſaturne*. Il n'y a donc que ſix planetes qui ſe meuvent autour du ſoleil; la terre même eſt du nombre de ces ſix planetes.

On apperçoit aux environs de quelques-unes de ces planetes, des corps ſphériques qui leurs reſſemblent aſſez. Ces corps tournent autour d'elles, & ne les abandonnent jamais. Ils ſont emportés par ce moyen autour du ſoleil, avec les planetes qu'ils accompagnent. On les appelle *ſatellites* des planetes.

Il n'y a que trois planetes à qui l'on connoiſſe des ſatellites. La premiere eſt la terre, qui a pour ſatellite *la lune*; de cette façon la lune tournant autour de la terre, eſt emportée autour du ſoleil;

puiſqu'elle ne la quitte jamais. La ſeconde eſt jupiter, qui a quatre ſatellites, qu'on appelle, *le premier*, *le ſecond*, *le troiſieme* & *le quatrieme*. Le premier eſt le plus proche de la planete; le ſecond eſt après, ainſi des deux autres; ils ſont emportés autour du ſoleil avec jupiter, qu'ils ne quittent jamais. La troiſiéme, enfin, eſt ſaturne qui en a cinq, qu'on appelle *le premier*, *le ſecond*, *le troiſieme*, *le quatrieme* & *le cinquieme*. Ces ſatellites ſont encore emportés autour du ſoleil avec ſaturne, qu'ils ne quittent jamais.

Nous avons cru devoir repréſenter les orbites que décrivent les centres de ces planetes autour du ſoleil; & les orbites que décrivent les centres des ſatellites, autour d'elles. S repréſente le ſoleil; M mercure & ſon orbite; V vénus & ſon orbite; T la terre & ſon orbite, qu'on appelle *l'écliptique;* R mars & ſon orbite; J jupiter & ſon orbite; N ſaturne & ſon

Fig. 1.

orbite. ABCA repréſente le ciel des étoiles fixes.

Aux environs de la terre T; L repréſente le ſatellite de la terre, ou la lune & ſon orbite; aux environs de jupiter J; 1, 2, 3 & 4, repréſentent les quatre ſatellites de Jupiter & leurs orbites; enfin, aux environs de ſaturne N; 1, 2, 3, 4 & 5, repréſentent les cinq ſatellites de ſaturne & leurs orbites.

Diſtances des Planetes au Soleil.

164. Les diſtances des planetes au ſoleil ſont très conſidérables. Nous allons donner, à-peu-près, ces diſtances en lieues communes de France. On en compte *vingt-cinq* pour un degré de l'équateur terreſtre.

Mercure eſt éloigné
du ſoleil, . . de 12774300 lieues.
Vénus, . . . de 23869890.
La Terre, . . de 33000000.

Mars,	. . . .	de 50281770 lieues.
Jupiter,	. .	de 171632340.
Saturne,	. .	de 314822310.

La diſtance des étoiles fixes au ſoleil eſt immenſe. Nous allons nous en occuper dans un moment.

Diſtance de la Lune à la Terre.

165. Le ſatellite de la terre, c'eſt-à-dire la lune, eſt éloignée de la terre de 85398 lieues.

Nous ne parlerons pas de la diſtance des autres ſatellites à leur planete.

Diametre du Soleil, de la Lune & des Planetes.

166. Le Soleil a . . . 286400 lieues, à-peu-près, de diametre.

La Lune	. . . . . .	750.
Mercure	. . . . . .	955.
Vénus	. . . .	2864.
La Terre	. . . . . .	2864.

Mars

Mars	. . . .	1719 lieues.
Jupiter	. . . . . .	28700.
Saturne	. . . . . .	28600.

Temps que les Planetes emploient pour achever leur orbite.

167. Les planetes achevent leur orbite, dans des eſpaces de temps plus ou moins grands.

Mercure eſt à-peu-près, à faire ſa révolution autour du ſoleil.	. . . . . .	88 jours,
Vénus	. . . .	225.
La Terre	. . . .	1 an ou 365.
Mars	. . . . .	1 an & 322.
Jupiter	. . . .	11 ans & 313.
Saturne	. . . .	29 ans & 155.

Le ſatellite de la terre, ou la lune, eſt à-peu-près, 27 jours à faire ſa révolution autour de la terre.

Des Etoiles fixes.

168. La grande distance des étoiles fixes par rapport à nous, nous fait croire qu'elles sont toutes attachées à cette surface sphérique qu'on appelle *ciel*; mais il s'en faut de beaucoup que la vérité réponde aux apparences. Elles sont toutes à des distances bien différentes, par rapport à nous; en sorte qu'il y en a de bien plus éloignées les unes que les autres. Si elles étoient toutes de même grosseur, celles qui nous paroissent les plus grandes, seroient les plus proches de nous; & celles qui nous paroissent les plus petites, seroient les plus éloignées; mais comme il est très-vrai-semblable qu'elles sont de grosseurs différentes, il se peut très-bien faire que quelques-unes de celles qui nous paroissent des plus grandes, soient du nombre des plus petites, parce qu'elles seroient assez proche de

nous ; pendant que quelques-unes de celles qui nous paroiſſent des plus petites, pourroient être du nombre des plus grandes, à cauſe du prodigieux éloignement qui pourroit être dans ces dernieres.

Il eſt très-probable que les étoiles fixes ſont autant de ſoleils, qui ont des planetes comme le nôtre a les ſiennes. Nous ne pouvons voir ces planetes, à cauſe de leur grande diſtance, & parce qu'elles ſont moins lumineuſes que ces ſoleils. Il paroît que le nombre des étoiles eſt infini. On en découvre tous les jours, par le moyen des téleſcopes. Ces aſtres ſont répandus de toute part dans l'immenſité.

Diſtance des Etoiles fixes à notre Soleil.

169. On n'a pas encore pu trouver le moyen de meſurer la diſtance des étoiles fixes à notre ſoleil. On ſçait ſeulement que cette diſtance ne peut pas être plus petite que 206264 fois la diſtance du ſo-

leil à la terre, qui eſt de *trente-trois millions de lieues ;* or, en multipliant 33 *millions de lieues* par le nombre 206264, on a pour produit 6806712 *de millions de lieues*, pour la plus petite diſtance que puiſſe avoir l'étoile fixe la plus proche de notre ſoleil. On voit par-là que le ſoleil & toutes les planetes qui l'environnent, doivent être regardés preſque comme un point, dans cet eſpace immenſe.

Ciel des Etoiles fixes.

170. *Le ciel des étoiles fixes* eſt, comme dans le ſyſtême de Ptolomée, une immenſe ſurface ſphérique, où il nous ſemble que les étoiles ſont fixées ; ſon rayon eſt au moins 206264 fois la diſtance du ſoleil à la terre. Le ſoleil eſt au centre de cette ſurface.

Il eſt aiſé de voir, par ce que nous venons de dire, que cette ſurface ſphérique paſſe par l'étoile la plus proche de notre

ſoleil, puiſque ſon rayon eſt égal à la diſtance de cette étoile; il eſt aiſé de voir encore, qu'on rappporte à cette même ſurface toutes les étoiles, quoiqu'elles ſoient, pour la plûpart, à des diſtances bien différentes. C'eſt pour cela qu'on l'appelle *ciel des étoiles fixes.*

Paſſons à l'examen de la terre par rapport au ſoleil.

De l'Ecliptîque.

171. Nous avons vu que la terre étoit *un an* ou *trois-cens-ſoixante-cinq jours*, à-peu-près, à faire ſa révolution autour du ſoleil, ou bien nous avons vu que la terre étoit un *an* à parcourir ſon orbite; or, ſi l'on conçoit qu'un plan paſſant par tous les points de cette orbite & par le centre du ſoleil, en s'étendant d'ailleurs juſqu'au ciel des étoiles fixes, ce plan ſera celui de l'écliptique; l'interſection que ce plan fait avec ce ciel, ſera l'*écliptique céleſte*; l'in-

terſection qu'il fait avec la ſurface de la terre, ſera l'*écliptique terreſtre.*

Si l'on conçoit une ligne perpendiculaire à ce plan, paſſant par le centre du ſoleil, étant d'ailleurs prolongée juſqu'au ciel des étoiles fixes; cette ligne ſera l'*axe de l'écliptique.* Les points qui ſeront dans le ciel à l'un & à l'autre de ſes extrêmités, en ſeront les *poles.*

On voit par ce que nous venons de dire, que quand la terre fait ſa révolution autour du ſoleil, ſon centre ne quitte jamais le plan de l'écliptique.

Des Apparences que produit le mouvement annuel de la Terre.

Fig. 1. 172. Quand la terre eſt au point T, il ſemble pour ſes habitans, que le diſque du ſoleil réponde dans le ciel des étoiles fixes au point D; quand elle eſt au point F, il ſemble que le diſque du ſoleil ſoit en B; quand elle eſt en G, il ſemble ré-

pondre en A; quand elle eſt en H, il paroît en C. Il ſemble donc dans le temps que la terre tourne autour du ſoleil, de T en F, de F en G, &c. que c'eſt le ſoleil qui tourne autour d'elle de D en B, de B en A, &c. On doit donc conclure que quand la terre tourne autour du ſoleil, il ſemble que ce ſoit le ſoleil qui tourne autour d'elle, & qu'il décrive l'écliptique en une année; parce que la terre eſt une année à tourner autour de lui.

Des Apparences que produit le mouvement journalier de la Terre.

173. Mais dans le temps que la terre eſt emportée dans le plan de l'écliptique, ou bien dans le temps qu'elle décrit ſon orbite, elle tourne encore ſur elle-même, en *vingt-quatre heures*; alors il ſemble pour ſes habitans que ce ſoient le ciel & les corps qu'il contient qui tournent autour d'elle; pendant que c'eſt le mouvement

de la terre sur son axe, qui est la cause de cette apparence.

De l'Équateur.

174. Quand la terre tourne sur elle-même, en *vingt-quatre heures*, il y a deux points de sa surface, autour desquels tournent tous ses autres points. Ces deux points sont *les poles de la terre*.

Or si l'on conçoit une ligne passant par le centre de la terre & par ces deux points, étant d'ailleurs prolongée de part & d'autre jusqu'au ciel; cette ligne sera l'*axe de l'équateur*.

Si l'on conçoit encore qu'un point de la surface de la terre, pris à égales distances des deux poles terrestres, est emporté par le mouvement de la terre sur son axe; il décrira une circonférence qu'on appelle *équateur terrestre*; & si l'on conçoit qu'un plan passant par le centre de la terre, passe encore par tous les points de cette circon-

férence, en s'étendant d'ailleurs jusqu'au ciel, ce plan formera par son intersection avec le ciel, une circonférence, qu'on appelle l'*équateur céleste*.

Du Parallélisme de l'Axe de l'Equateur.

175. On entend par le *parallélisme de l'axe de l'équateur*, les situations paralleles qu'il a dans tous les points où il se trouve, lorsqu'il est emporté avec la terre, autour du soleil. C'est-à-dire, que si l'axe de l'équateur laissoit sa trace en quelques points de l'orbite de la terre, ces traces seroient paralleles entr'elles & avec lui, en tel point qu'il se trouvât d'ailleurs dans le reste de l'orbite. Par exemple, si la terre étant en A, laissoit la trace *sm* de son axe, Fig. 2. & qu'ensuite elle fut emportée en B, laissant encore la trace *sm*, de même en C & en D; toutes ces traces seroient paralleles entr'elles, & en même-temps à l'axe, en tel point qu'il fût de l'orbite ABCD, dont le soleil S occupe le centre.

Fig. 3. On comprend aiſément que l'axe *sm* de l'équateur, tournant ainſi autour du ſoleil, doit déctire dans le ciel EFGH, par ſes deux extrêmités *s* & *m*, deux circonférences *ssss* & *mmmm* égales à l'orbite *abcd* de la terre.

Quoique les traces *ssss* & *mmmm* ne ſoient pas à la rigueur des circonférences; cependant on peut les regarder comme telles, parce qu'elles en different peu.

Les poles céleſtes *s* & *m* de l'équateur devroient donc paroître changer de place, en décrivant ces circonférences en un an. C'eſt pourtant ce qui n'eſt pas bien ſenſible; car quoique le diametre *db* de l'orbite *abcd* de la terre, ſoit de 66 millions de lieues, environ, auſſi-bien que le diametre de ces deux circonférences, & que cette grandeur ſoit très-conſidérable par rapport à nous; ce n'eſt plus, pour ainſi dire, qu'un point, ſi elle eſt tranſportée à la ſurface du ciel; & le cylindre XY dont

la furface eft engendrée par le mouvement de l'axe *sm* de l'équateur, ne doit plus être regardé que comme un fil dans cet efpace immenfe.

On ne doit donc pas s'étonner fi les poles de l'équateur nous paroiffent aux mêmes points P & Q, quoiqu'ils changent de place tous les jours.

De l'Angle formé par le plan de l'Ecliptique & par le plan de l'Equateur.

176. Mais de ce que l'axe de l'équateur eft toujours parallele à lui-même, il s'enfuit qu'il eft toujours également incliné fur le plan de l'écliptique HIFK, & qu'il fait, par conféquent, un angle toujours égal avec l'axe EG de l'écliptique : or fi l'angle que font ces axes eft toujours égal, il s'enfuit que l'angle formé par leurs cercles fera toujours égal ; puifque l'angle formé par des cercles eft égal à l'angle formé par leurs axes (59). Nous pouvons

donc conclure que l'angle formé par le plan de l'écliptique & par le plan de l'équateur, est toujours égal, tel que soit le lieu de la terre dans son orbite.

REMARQUE. Nous avons été obligé pour ne pas mettre de confusion dans notre figure 3e, de faire le cylindre XY beaucoup plus gros qu'il n'auroit dû l'être, si nous avions voulu proportionner cette figure avec le ciel, & avec la surface cylindrique qu'engendre réellement l'axe de l'équateur en une année; cependant si l'on veut rendre cette figure plus conforme à la vérité, il faudra concevoir le cylindre XY réduit en un fil très-fin, qui peut être représenté par la ligne PQ (On sait qu'un fil peut être regardé comme un cylindre dont le diametre seroit fort petit); il faut alors concevoir que la terre se meut en une année dans la surface cylindrique de ce fil, sans quitter le plan de l'écliptique HIFK, & que le soleil occupe le

centre de cette révolution, c'eſt-à-dire, qu'il faut concevoir le ſoleil dans l'axe de ce fil.

De la Variété des Saiſons. (*a*)

177. On ſait que l'équateur terreſtre partage le globe de la terre en deux hémiſpheres. L'un eſt appellé *ſeptentrional* & l'autre *méridional.* Cela poſé; les différentes manieres par leſquelles l'un ou l'autre de ces deux hémiſpheres reçoivent la lumiere du ſoleil, ſont la cauſe de la variété des ſaiſons. Suppoſons, par exemple, que la terre ſoit en B; alors *ab* repréſentant l'équateur terreſtre, il diviſera la terre en deux hémiſpheres *acb* & *adb*. *acb* ſera l'hémiſphere ſeptentrional. On voit qu'il ſera pour lors en Été, & qu'il Fig. 2.

(*a*) Nous n'entrons pas dans un grand détail ſur cet article. Ce que nous diſons n'eſt que pour préparer à l'étude de cette partie dans la Sphere, où l'on ſuit ordinairement le ſyſtême de Ptolomée; mais lorſque cette partie eſt bien conçue, il eſt très-facile d'en faire l'application au ſyſtême de Copernic.

aura les plus grands jours; parce qu'il se présente plus vers le soleil, & qu'il en reçoit plus de lumiere que l'hémisphere méridional *adb* qui est en Hiver, & qui a les plus courts jours: au contraire, si l'on suppose que la terre soit en D, ce sera l'hémisphere méridional *adb* qui aura l'Été, & les plus grands jours, pendant que l'hémisphere septentrional *acb* aura l'Hiver & les plus courts jours; parce qu'en cette autre position, l'hémisphere méridional *adb* se présente plus vers le soleil, & qu'il en reçoit plus de lumiere que l'hémisphere septentrional *acb*. Ces deux positions donnent donc pour chaque hémisphere, l'Été & l'Hiver.

Si nous supposons que la terre soit en A ou en C; alors elle sera ou dans le Printemps, ou dans l'Automne; parce que dans ces deux positions, les deux hémispheres *acb* & *adb* se présentent également vers le soleil, & qu'à cet égard ils reçoivent

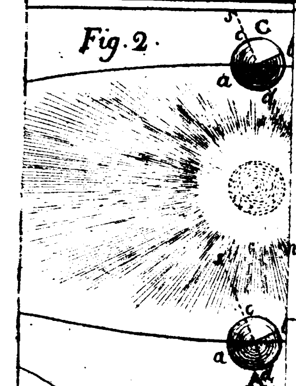


Fig. 3.

B

D

H

b

F

Y

m

Ang. Scot

autant de lumiere l'un que l'autre. On peut encore dire que c'eſt le temps des équinoxes ; parce que dans ces deux poſitions de la terre, les jours ſont égaux aux nuits.

On voit donc que les différentes manieres par leſquelles la terre reçoit la lumiere du ſoleil, ſont la cauſe de la variété des ſaiſons.

De l'Applatiſſement de la Terre vers ſes Poles.

178. Quoique nous ayions dit, dans ces leçons, que la terre étoit ſphérique ; néanmoins elle ne l'eſt pas à la rigueur, elle eſt un peu applatie vers ſes poles. Cet applatiſſement de la terre eſt occaſionné par le mouvement qu'elle éprouve en un jour, ſur ſon axe.

Puiſque la terre eſt applatie vers ſes poles, il faut donc que ſon axe ſoit moins grand que le diametre de ſon équateur. On a déterminé, de nos jours, par des ob-

ſervations les plus ſcrupuleuſes, le rapport de ces deux lignes. Il eſt, à fort peu de choſe près 178 : 177, c'eſt-à-dire que 178 repréſentant le diametre de l'équateur terreſtre, 177 repréſentera l'axe de la terre. Par conſéquent, ſi on veut connoître l'axe de la terre, dont nous connoiſſons déja le diametre de l'équateur, qui eſt de 2864 lieues (148), on établira cette proportion 178 : 177 :: 2864 *lieues* : x. Or ſi l'on fait le calcul, on trouvera que l'axe de la terre eſt de 2847 lieues, *plus* $\frac{81}{89}$ *de lieues ;* & ſi l'on veut regarder cette fraction $\frac{81}{89}$ comme un entier, dont elle differe peu, on aura 2848 *lieues* pour la longueur de l'axe de la terre.

Préſentement, ſi l'on retranche 2848 *lieues* de 2864, on aura un reſtede 16 *lieues* ; or ce reſte ſera la différence du diametre de l'équateur terreſtre, ſur l'axe de la terre. Ce qui nous fait connoître que l'axe de la terre a *ſeize lieues* de moins que le

le diametre de l'équateur terreſtre. Mais ces 16 *lieues* doivent être retranchées de l'axe de la terre, moitié vers le pole ſeptentrional, & moitié vers le pole méridional. Il n'y a donc ſur l'axe de la terre que 8 *lieues* de moins de chaque côté de ſes poles, pour qu'elle ſoit ſphérique.

Quoique cet applatiſſement ne ſoit pas fort conſidérable par rapport à la groſſeur de la terre; néanmoins il n'eſt pas à négliger dans certains cas, ſur-tout dans la navigation; mais dans les uſages ordinaires, il eſt de peu de conſéquence. Par exemple, ſi l'on ſe propoſe de faire un globe d'*un pied* ou de 144 *lignes* de diametre, & qu'on ſe propoſe en même-temps de connoître l'applatiſſement qu'on peut lui donner, pour le proportionner au globe de la terre; on voit d'abord que le diametre de l'équateur de ce globe, ſera de 144 *lignes*; alors on établira cette proportion 178 : 177 :: 144 : x. Et ſi l'on

fait le calcul, on trouvera que l'axe de ce globe, doit être de 143 *lignes, plus* $\frac{17}{89}$ *de lignes*; or si l'on retranche ces 143 lignes $\frac{17}{89}$ de lignes, de 144 lignes, on aura pour différence $\frac{72}{89}$ *de ligne.* Cette fraction est à-peu-près $\frac{4}{5}$ *de ligne.* Mais cette quantité toute médiocre qu'elle est, doit être retranchée de l'axe du globe, moitié vers chacun de ses poles; c'est donc $\frac{2}{5}$ *de ligne* de chaque côté : par conséquent, *sur* un globe d'*un pied de diametre*, l'on ne doit rapprocher les poles vers son centre, que de $\frac{2}{5}$ *de ligne*, à-peu-près; si on veut le proportionner au globe de la terre.

Concluons donc que pour les usages ordinaires, il convient mieux de faire un globe parfaitement sphérique, pour représenter la terre; parce que souvent pour vouloir corriger la petite erreur que la sphéricité de ce globe occasionne, on peut tomber dans une plus grande, à moins qu'on ne porte l'attention la plus exacte.

FIN.

TABLE DES MATIERES.

PREMIERE PARTIE.

T 2

SIXIEME LEÇON.

SEPTIEME LEÇON.

HUITIEME LEÇON.

NEUVIEME LEÇON.

DIXIEME LEÇON.

ONZIEME LEÇON.

DOUZIEME LEÇON.

TREIZIEME LEÇON.

QUATORZIEME LEÇON.

QUINZIEME LEÇON.

SEIZIEME LEÇON.

DIX-SEPTIEME LEÇON.

DIX-HUITIEME LEÇON.

DIX-NEUVIEME LEÇON.

VINGTIEME LEÇON.

SECONDE PARTIE.

PREMIERE LEÇON.

SECONDE LEÇON.

TROISIEME LEÇON.

QUATRIEME LEÇON.

CINQUIEME LEÇON.

SIXIEME LEÇON.

SEPTIEME LEÇON.

DIXIEME LEÇON.

ONZIEME LEÇON.

DOUZIEME LEÇON.

TROISIEME PARTIE.

PREMIERE LEÇON.

SECONDE LEÇON.

TROISIEME LEÇON.

Réflexions

QUATRIEME LEÇON.

QUATRIEME PARTIE.

DERNIERE LEÇON.

Fin de la Table des Matieres.

APPROBATION.

J'AI lu, par ordre de Monseigneur le Garde-des-Sceaux, un Ouvrage intitulé : *Leçons de Géométrie pour servir d'Introduction à l'Etude de la Sphere & de la Géographie*; & je n'y ai rien trouvé qui puisse en empêcher l'impression. A Paris, le 25 Novembre 1774.

MONTUCLA, *Censeur Royal.*

PRIVILÉGE DU ROI.

LOUIS, PAR LA GRACE DE DIEU, ROI DE FRANCE ET DE NAVARRE : A nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra : SALUT. Notre amé le sieur PIERRES, Imprimeur, Nous a fait exposer qu'il desireroit faire imprimer & donner au Public, un Livre intitulé : *Leçons de Géométrie pour servir d'Introduction à l'Étude de la Sphere, &c.* s'il Nous plaisoit lui accorder nos Lettres de Privilége pour ce nécessaires. A CES CAUSES, voulant favorablement traiter l'Exposant, Nous lui avons permis & permettons par ces Présentes, de faire imprimer ledit Ouvrage autant de fois que bon lui semblera, & de le vendre, faire vendre, & débiter par tout notre Royaume pendant le tems de *six années* consécutives, à compter du jour de la date des Présentes. Faisons défenses à tous

Imprimeurs, Libraires, & autres personnes, de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre obéissance: comme aussi d'imprimer, ou faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire ledit Ouvrage, ni d'en faire aucuns extraits, sous quelque prétexte que ce puisse être, sans la permission expresse & par écrit dudit Exposant, ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, & l'autre tiers audit Exposant, ou à celui qui aura droit de lui, & de tous dépens, dommages & intérêts; à la charge que ces *Présentes* seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impression dudit Ouvrage sera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, en beau papier, & beaux caracteres, conformément aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1725, à peine de déchéance du présent Privilége; qu'avant de l'exposer en vente le Manuscrit qui aura servi de copie à l'impression dudit Ouvrage, sera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée, ès mains de notre très-cher & féal Chevalier, Garde-des-Sceaux de France, le Sieur HUE DE MIROMENIL; qu'il en sera ensuite remis deux exemplaires dans notre Bibliothèque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier, Chancelier de France, le sieur DE MAUPEOU, & une dans

celle dudit ſieur HUE DE MIROMENIL ; le tout à peine de nullité des Préſentes. Du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ledit Expoſant & ſes ayans cauſes, pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie des Préſentes, qui ſera imprimée tout au long, au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, ſoit tenue pour duement ſignifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conſeillers-Secrétaires, foi ſoit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent ſur ce requis, de faire pour l'exécution d'icelles, tous actes requis & néceſſaires, ſans demander autre permiſſion ; & nonobſtant clameur de haro, charte normande, & lettres à ce contraires : Car tel eſt notre plaiſir. DONNÉ à Paris, le quatorzieme jour du mois de Décembre, l'an de grace mil ſept cent ſoixante-quatorze, & de notre Régne le premier, par le Roi en ſon Conſeil.

Signé LE BEGUE.

Regiſtré ſur le Regiſtre XIX de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, n° 3128, *fol.* 344, *conformément au Réglement de* 1723. *A Paris, ce* 22 *Décembre* 1774.

Signé LOTTIN jeune, *Adjoint.*

AVIS AU RELIEUR.

Le Relieur placera les Planches, aux pages qui ſont marquées ſur chacune d'elles, de façon qu'en les déployant ſur la droite, les figures ſortent entiérement du Livre.



